

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Podać największy wspólny dzielnik.

a)  $\text{NWD}(1400000000000016, 1800) = \dots\dots\dots$

b)  $\text{NWD}(1400000000000032, 1800) = \dots\dots\dots$

c)  $\text{NWD}(1400000000000055, 1800) = \dots\dots\dots$

d)  $\text{NWD}(1400000000000060, 1800) = \dots\dots\dots$

**2.** Dla podanej liczby  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $32^k$ .

a)  $n = 20140000000000074^{44}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 20140000000000072^{33}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 20140000000000065^{22}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 20140000000000064^{11}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**3.** W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 20% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli dorośli mężczyźni stanowią podany odsetek dorosłych mieszkańców?

a) 20%  $\dots\dots\dots$

b) 10%  $\dots\dots\dots$

c) 40%  $\dots\dots\dots$

d) 30%  $\dots\dots\dots$

**4.** Dla podanej liczby  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $50!$  jest podzielna przez  $n^k$ .

a)  $n = 7$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 2$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 4$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 5$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**5.** Dla podanej liczby  $n$  podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $k$ , dla której liczba  $kn$  jest sześcianem liczby całkowitej.

a)  $n = 6^{2014}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 24^{2017}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 12^{2015}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 48^{2018}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**6.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać największą liczbę naturalną  $k$ , dla której liczba  $\sqrt[k]{n}$  jest całkowita.

a)  $n = 18^{18} \cdot 24^{24}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 8^8 \cdot 9^9$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 2^2 \cdot 18^{18}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 12^{12} \cdot 18^{18}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

7. Dla podanej liczby  $k$  podać najmniejszą liczbę całkowitą  $n \geq 50$ , dla której liczba  $\binom{n}{k+1}$  jest podzielna przez  $\binom{n}{k}$ .

a)  $k = 4$ ,  $n = \dots\dots\dots$

b)  $k = 5$ ,  $n = \dots\dots\dots$

c)  $k = 7$ ,  $n = \dots\dots\dots$

d)  $k = 6$ ,  $n = \dots\dots\dots$

8. Dla podanej liczby  $k$  podać najmniejszą liczbę całkowitą  $m \geq k$ , dla której zachodzi nierówność  $\binom{2014}{k} > \binom{2014}{m}$ .

a)  $k = 1200$ ,  $m = \dots\dots\dots$

b)  $k = 900$ ,  $m = \dots\dots\dots$

c)  $k = 600$ ,  $m = \dots\dots\dots$

d)  $k = 300$ ,  $m = \dots\dots\dots$

9. Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać największą liczbę naturalną  $k$ , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich  $a$ ,  $b$ , jeżeli iloczyn  $ab$  jest podzielny przez  $n$ , to co najmniej jeden z czynników  $a$ ,  $b$  jest podzielny przez  $k$ .

a)  $n = 2^9 \cdot 10^5$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 2^9 \cdot 5^5$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 2^9 \cdot 3^5$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 2^9 \cdot 6^5$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**10.** Dla podanej liczby naturalnej  $D$  podać największą liczbę naturalną  $d$ , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich  $n$ ,  $k$ , jeżeli potęga  $n^k$  jest podzielna przez  $D$ , to co najmniej jedna z liczb  $n$ ,  $k$  jest podzielna przez  $d$ .

a)  $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 13^5$ ,  $d = \dots\dots\dots$

b)  $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 11^5$ ,  $d = \dots\dots\dots$

c)  $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 7^5$ ,  $d = \dots\dots\dots$

d)  $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 11^5$ ,  $d = \dots\dots\dots$

**11.** Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik (niekoniecznie pierwszy).

a)  $37^{17} - 2^{68}$ ,  $\dots\dots\dots$

b)  $37^{17} - 2^{17}$ ,  $\dots\dots\dots$

c)  $37^{17} - 2^{34}$ ,  $\dots\dots\dots$

d)  $37^{17} - 2^{51}$ ,  $\dots\dots\dots$

**12.** Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $2^{505} + 1$ ,  $\dots\dots\dots$

b)  $2^{707} + 1$ ,  $\dots\dots\dots$

c)  $2^{808} - 1$ ,  $\dots\dots\dots$

d)  $2^{505} - 1$ ,  $\dots\dots\dots$