

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(1400000000000016, 1800) = \mathbf{24}$

b) $\text{NWD}(1400000000000032, 1800) = \mathbf{8}$

c) $\text{NWD}(1400000000000055, 1800) = \mathbf{15}$

d) $\text{NWD}(1400000000000060, 1800) = \mathbf{20}$

2. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

a) $n = 20140000000000074^{44}$, $k = \mathbf{8}$

b) $n = 20140000000000072^{33}$, $k = \mathbf{19}$

c) $n = 20140000000000065^{22}$, $k = \mathbf{0}$

d) $n = 20140000000000064^{11}$, $k = \mathbf{13}$

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 20% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli dorośli mężczyźni stanowią podany odsetek dorosłych mieszkańców?

a) 20% **12%**

b) 10% **11%**

c) 40% **14%**

d) 30% **13%**

4. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $50!$ jest podzielna przez n^k .

a) $n = 7$, $k = 8$

b) $n = 2$, $k = 47$

c) $n = 4$, $k = 23$

d) $n = 5$, $k = 12$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k , dla której liczba kn jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 6^{2014}$, $k = 36$

b) $n = 24^{2017}$, $k = 9$

c) $n = 12^{2015}$, $k = 12$

d) $n = 48^{2018}$, $k = 6$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której liczba $\sqrt[k]{n}$ jest całkowita.

a) $n = 18^{18} \cdot 24^{24}$, $k = 30$

b) $n = 8^8 \cdot 9^9$, $k = 6$

c) $n = 2^2 \cdot 18^{18}$, $k = 4$

d) $n = 12^{12} \cdot 18^{18}$, $k = 6$

7. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $n \geq 50$, dla której liczba $\binom{n}{k+1}$ jest podzielna przez $\binom{n}{k}$.

a) $k = 4$, $n = \mathbf{54}$

b) $k = 5$, $n = \mathbf{53}$

c) $k = 7$, $n = \mathbf{55}$

d) $k = 6$, $n = \mathbf{55}$

8. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $m \geq k$, dla której zachodzi nierówność $\binom{2014}{k} > \binom{2014}{m}$.

a) $k = 1200$, $m = \mathbf{1201}$

b) $k = 900$, $m = \mathbf{1115}$

c) $k = 600$, $m = \mathbf{1415}$

d) $k = 300$, $m = \mathbf{1715}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a , b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a , b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 10^5$, $k = \mathbf{2^7 = 128}$

b) $n = 2^9 \cdot 5^5$, $k = \mathbf{5^3 = 125}$

c) $n = 2^9 \cdot 3^5$, $k = \mathbf{2^5 = 32}$

d) $n = 2^9 \cdot 6^5$, $k = \mathbf{2^7 = 128}$

10. Dla podanej liczby naturalnej D podać największą liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich n , k , jeżeli potęga n^k jest podzielna przez D , to co najmniej jedna z liczb n , k jest podzielna przez d .

a) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 13^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 5 \cdot 13 = 130}$

b) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 11^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 5 \cdot 11 = 110}$

c) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 7^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 7 = 42}$

d) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 11^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 11 = 66}$

11. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik (niekoniecznie pierwszy).

a) $37^{17} - 2^{68}$, $\mathbf{21}$

b) $37^{17} - 2^{17}$, $\mathbf{35}$

c) $37^{17} - 2^{34}$, $\mathbf{11}$ lub $\mathbf{33}$

d) $37^{17} - 2^{51}$, $\mathbf{29}$

12. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $2^{505} + 1$, $\mathbf{11}$

b) $2^{707} + 1$, $\mathbf{43}$

c) $2^{808} - 1$, $\mathbf{17}$

d) $2^{505} - 1$, $\mathbf{31}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(1400000000000055, 1800) = \mathbf{15}$

b) $\text{NWD}(1400000000000032, 1800) = \mathbf{8}$

c) $\text{NWD}(1400000000000016, 1800) = \mathbf{24}$

d) $\text{NWD}(1400000000000060, 1800) = \mathbf{20}$

2. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

a) $n = 2014000000000064^{11}$, $k = \mathbf{13}$

b) $n = 2014000000000065^{22}$, $k = \mathbf{0}$

c) $n = 2014000000000074^{44}$, $k = \mathbf{8}$

d) $n = 2014000000000072^{33}$, $k = \mathbf{19}$

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 20% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli dorośli mężczyźni stanowią podany odsetek dorosłych mieszkańców?

a) 40% **14%**

b) 20% **12%**

c) 10% **11%**

d) 30% **13%**

4. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $50!$ jest podzielna przez n^k .

a) $n = 7$, $k = 8$

b) $n = 5$, $k = 12$

c) $n = 4$, $k = 23$

d) $n = 2$, $k = 47$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k , dla której liczba kn jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 48^{2018}$, $k = 6$

b) $n = 24^{2017}$, $k = 9$

c) $n = 12^{2015}$, $k = 12$

d) $n = 6^{2014}$, $k = 36$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której liczba $\sqrt[k]{n}$ jest całkowita.

a) $n = 8^8 \cdot 9^9$, $k = 6$

b) $n = 12^{12} \cdot 18^{18}$, $k = 6$

c) $n = 18^{18} \cdot 24^{24}$, $k = 30$

d) $n = 2^2 \cdot 18^{18}$, $k = 4$

7. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $n \geq 50$, dla której liczba $\binom{n}{k+1}$ jest podzielna przez $\binom{n}{k}$.

a) $k = 4, \quad n = \mathbf{54}$

b) $k = 5, \quad n = \mathbf{53}$

c) $k = 6, \quad n = \mathbf{55}$

d) $k = 7, \quad n = \mathbf{55}$

8. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $m \geq k$, dla której zachodzi nierówność $\binom{2014}{k} > \binom{2014}{m}$.

a) $k = 300, \quad m = \mathbf{1715}$

b) $k = 900, \quad m = \mathbf{1115}$

c) $k = 600, \quad m = \mathbf{1415}$

d) $k = 1200, \quad m = \mathbf{1201}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 5^5, \quad k = \mathbf{5^3 = 125}$

b) $n = 2^9 \cdot 6^5, \quad k = \mathbf{2^7 = 128}$

c) $n = 2^9 \cdot 3^5, \quad k = \mathbf{2^5 = 32}$

d) $n = 2^9 \cdot 10^5, \quad k = \mathbf{2^7 = 128}$

10. Dla podanej liczby naturalnej D podać największą liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich n , k , jeżeli potęga n^k jest podzielna przez D , to co najmniej jedna z liczb n , k jest podzielna przez d .

a) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 11^5$, $d = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$

b) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 13^5$, $d = 2 \cdot 5 \cdot 13 = 130$

c) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 11^5$, $d = 2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$

d) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 7^5$, $d = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

11. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik (niekoniecznie pierwszy).

a) $37^{17} - 2^{51}$, **29**

b) $37^{17} - 2^{68}$, **21**

c) $37^{17} - 2^{34}$, **11** lub **33**

d) $37^{17} - 2^{17}$, **35**

12. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $2^{505} + 1$, **11**

b) $2^{707} + 1$, **43**

c) $2^{505} - 1$, **31**

d) $2^{808} - 1$, **17**

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(1400000000000055, 1800) = \mathbf{15}$

b) $\text{NWD}(1400000000000016, 1800) = \mathbf{24}$

c) $\text{NWD}(1400000000000060, 1800) = \mathbf{20}$

d) $\text{NWD}(1400000000000032, 1800) = \mathbf{8}$

2. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

a) $n = 20140000000000074^{44}$, $k = \mathbf{8}$

b) $n = 20140000000000065^{22}$, $k = \mathbf{0}$

c) $n = 20140000000000064^{11}$, $k = \mathbf{13}$

d) $n = 20140000000000072^{33}$, $k = \mathbf{19}$

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 20% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli dorośli mężczyźni stanowią podany odsetek dorosłych mieszkańców?

a) 10% **11%**

b) 20% **12%**

c) 40% **14%**

d) 30% **13%**

4. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $50!$ jest podzielna przez n^k .

- a) $n = 7$, $k = 8$
- b) $n = 4$, $k = 23$
- c) $n = 5$, $k = 12$
- d) $n = 2$, $k = 47$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k , dla której liczba kn jest sześcianem liczby całkowitej.

- a) $n = 12^{2015}$, $k = 12$
- b) $n = 6^{2014}$, $k = 36$
- c) $n = 48^{2018}$, $k = 6$
- d) $n = 24^{2017}$, $k = 9$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której liczba $\sqrt[k]{n}$ jest całkowita.

- a) $n = 8^8 \cdot 9^9$, $k = 6$
- b) $n = 12^{12} \cdot 18^{18}$, $k = 6$
- c) $n = 18^{18} \cdot 24^{24}$, $k = 30$
- d) $n = 2^2 \cdot 18^{18}$, $k = 4$

7. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $n \geq 50$, dla której liczba $\binom{n}{k+1}$ jest podzielna przez $\binom{n}{k}$.

a) $k = 5, \quad n = \mathbf{53}$

b) $k = 6, \quad n = \mathbf{55}$

c) $k = 4, \quad n = \mathbf{54}$

d) $k = 7, \quad n = \mathbf{55}$

8. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $m \geq k$, dla której zachodzi nierówność $\binom{2014}{k} > \binom{2014}{m}$.

a) $k = 1200, \quad m = \mathbf{1201}$

b) $k = 900, \quad m = \mathbf{1115}$

c) $k = 600, \quad m = \mathbf{1415}$

d) $k = 300, \quad m = \mathbf{1715}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 5^5, \quad k = \mathbf{5^3 = 125}$

b) $n = 2^9 \cdot 10^5, \quad k = \mathbf{2^7 = 128}$

c) $n = 2^9 \cdot 3^5, \quad k = \mathbf{2^5 = 32}$

d) $n = 2^9 \cdot 6^5, \quad k = \mathbf{2^7 = 128}$

10. Dla podanej liczby naturalnej D podać największą liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich n , k , jeżeli potęga n^k jest podzielna przez D , to co najmniej jedna z liczb n , k jest podzielna przez d .

- a) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 7^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 7 = 42}$
- b) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 13^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 5 \cdot 13 = 130}$
- c) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 11^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 5 \cdot 11 = 110}$
- d) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 11^5$, $d = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 11 = 66}$

11. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik (niekoniecznie pierwszy).

- a) $37^{17} - 2^{68}$, $\mathbf{21}$
- b) $37^{17} - 2^{34}$, $\mathbf{11}$ lub $\mathbf{33}$
- c) $37^{17} - 2^{17}$, $\mathbf{35}$
- d) $37^{17} - 2^{51}$, $\mathbf{29}$

12. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

- a) $2^{707} + 1$, $\mathbf{43}$
- b) $2^{808} - 1$, $\mathbf{17}$
- c) $2^{505} - 1$, $\mathbf{31}$
- d) $2^{505} + 1$, $\mathbf{11}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(1400000000000016, 1800) = \mathbf{24}$

b) $\text{NWD}(1400000000000060, 1800) = \mathbf{20}$

c) $\text{NWD}(1400000000000032, 1800) = \mathbf{8}$

d) $\text{NWD}(1400000000000055, 1800) = \mathbf{15}$

2. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 32^k .

a) $n = 20140000000000074^{44}$, $k = \mathbf{8}$

b) $n = 20140000000000064^{11}$, $k = \mathbf{13}$

c) $n = 20140000000000072^{33}$, $k = \mathbf{19}$

d) $n = 20140000000000065^{22}$, $k = \mathbf{0}$

3. W pewnym kraju 10% dorosłych kobiet nie lubi szpinaku oraz 20% dorosłych mężczyzn nie lubi szpinaku. Jaki procent dorosłych mieszkańców tego kraju nie lubi szpinaku, jeżeli dorośli mężczyźni stanowią podany odsetek dorosłych mieszkańców?

a) 40% **14%**

b) 20% **12%**

c) 30% **13%**

d) 10% **11%**

4. Dla podanej liczby n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba $50!$ jest podzielna przez n^k .

a) $n = 7$, $k = 8$

b) $n = 5$, $k = 12$

c) $n = 2$, $k = 47$

d) $n = 4$, $k = 23$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k , dla której liczba kn jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 12^{2015}$, $k = 12$

b) $n = 6^{2014}$, $k = 36$

c) $n = 24^{2017}$, $k = 9$

d) $n = 48^{2018}$, $k = 6$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której liczba $\sqrt[k]{n}$ jest całkowita.

a) $n = 8^8 \cdot 9^9$, $k = 6$

b) $n = 12^{12} \cdot 18^{18}$, $k = 6$

c) $n = 18^{18} \cdot 24^{24}$, $k = 30$

d) $n = 2^2 \cdot 18^{18}$, $k = 4$

7. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $n \geq 50$, dla której liczba $\binom{n}{k+1}$ jest podzielna przez $\binom{n}{k}$.

a) $k = 7, \quad n = \mathbf{55}$

b) $k = 5, \quad n = \mathbf{53}$

c) $k = 6, \quad n = \mathbf{55}$

d) $k = 4, \quad n = \mathbf{54}$

8. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $m \geq k$, dla której zachodzi nierówność $\binom{2014}{k} > \binom{2014}{m}$.

a) $k = 1200, \quad m = \mathbf{1201}$

b) $k = 900, \quad m = \mathbf{1115}$

c) $k = 600, \quad m = \mathbf{1415}$

d) $k = 300, \quad m = \mathbf{1715}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 10^5, \quad k = \mathbf{2^7 = 128}$

b) $n = 2^9 \cdot 3^5, \quad k = \mathbf{2^5 = 32}$

c) $n = 2^9 \cdot 5^5, \quad k = \mathbf{5^3 = 125}$

d) $n = 2^9 \cdot 6^5, \quad k = \mathbf{2^7 = 128}$

10. Dla podanej liczby naturalnej D podać największą liczbę naturalną d , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich n , k , jeżeli potęga n^k jest podzielna przez D , to co najmniej jedna z liczb n , k jest podzielna przez d .

a) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 11^5$, $d = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$

b) $D = 2^{11} \cdot 3^7 \cdot 7^5$, $d = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

c) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 13^5$, $d = 2 \cdot 5 \cdot 13 = 130$

d) $D = 2^{11} \cdot 5^7 \cdot 11^5$, $d = 2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$

11. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik (niekoniecznie pierwszy).

a) $37^{17} - 2^{68}$, **21**

b) $37^{17} - 2^{51}$, **29**

c) $37^{17} - 2^{17}$, **35**

d) $37^{17} - 2^{34}$, **11** lub **33**

12. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $2^{808} - 1$, **17**

b) $2^{707} + 1$, **43**

c) $2^{505} + 1$, **11**

d) $2^{505} - 1$, **31**