

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Napisać, ile litrów sześćdziesięcioprocentowego roztworu pewnej substancji należy zmieszać z 90 litrami dziesięcioprocentowego roztworu tej substancji, aby otrzymać roztwór o podanym stężeniu.

- a) aby uzyskać stężenie 15%, należy dolać litrów
- b) aby uzyskać stężenie 35%, należy dolać litrów
- c) aby uzyskać stężenie 50%, należy dolać litrów
- d) aby uzyskać stężenie 55%, należy dolać litrów

2. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

a) $\left[\frac{1}{\sqrt{80} - \sqrt{77}} \right] = \dots\dots\dots$

b) $\left[\frac{1}{\sqrt{40} - \sqrt{37}} \right] = \dots\dots\dots$

c) $\left[\frac{1}{\sqrt{10} - 3} \right] = \dots\dots\dots$

d) $\left[\frac{1}{10 - 3\sqrt{11}} \right] = \dots\dots\dots$

3. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

a) $\left[\log_2 \log_2 13^{11} \right] = \dots\dots\dots$

b) $\left[\log_2 \log_2 13^7 \right] = \dots\dots\dots$

c) $\left[\log_2 \log_2 13^{25} \right] = \dots\dots\dots$

d) $\left[\log_2 \log_2 13^{15} \right] = \dots\dots\dots$

4. Dla podanej liczby a podać zbiór rozwiązań nierówności $\log_a x \geq 2$ zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $a = 6,$

b) $a = 3,$

c) $a = 1/4,$

d) $a = 1/5,$

5. Dla podanej liczby a podać zbiór rozwiązań nierówności $\log_x a \geq 2$ zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $a = 3,$

b) $a = 1/5,$

c) $a = 1/4,$

d) $a = 6,$

6. Wskazać taką liczbę rzeczywistą x , aby podana równość była prawdziwa.

a) $\log_2 5 + \log_3 63 = \log_2 x + \log_3 7,$ $x =$

b) $\log_2 24 + \log_3 5 = \log_2 x + \log_3 15,$ $x =$

c) $\log_2 5 + \log_3 5 = \log_2 10 + \log_3 x,$ $x =$

d) $\log_2 24 + \log_3 10 = \log_2 3 + \log_3 x,$ $x =$

7. Dla podanych liczb a, b podać taką liczbę c , aby prawdziwa była równość

$$\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c.$$

a) $a = 27, \quad b = 3, \quad c = \dots\dots\dots$

b) $a = 2, \quad b = 4, \quad c = \dots\dots\dots$

c) $a = 27, \quad b = 9, \quad c = \dots\dots\dots$

d) $a = 2, \quad b = 8, \quad c = \dots\dots\dots$

8. Podać największą liczbę naturalną n , dla której podana równość jest prawdziwa. Symbol $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

a) $[\log_7 n] = 1, \quad n = \dots\dots\dots$

b) $[\log_5 n] = 2, \quad n = \dots\dots\dots$

c) $[\log_3 n] = 3, \quad n = \dots\dots\dots$

d) $[\log_2 n] = 5, \quad n = \dots\dots\dots$

9. Niech $\prod_{i=m}^n a_i = a_m \cdot a_{m+1} \cdot a_{m+2} \cdot a_{m+3} \cdot \dots \cdot a_{n-1} \cdot a_n$.

Zapisać wartość podanego iloczynu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\prod_{i=2}^{17} \log_{(7i+2)}(7i+9) = \dots\dots\dots$

b) $\prod_{i=1}^{11} \log_{(2i+1)}(2i+5) = \dots\dots\dots$

c) $\prod_{i=9}^{26} \log_i(i+1) = \dots\dots\dots$

d) $\prod_{i=0}^{40} \log_{(3i+2)}(3i+8) = \dots\dots\dots$

10. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, piąty i jedenasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = 3$, $n = 13$, $k = \dots\dots\dots$

b) $m = 1$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 25$

c) $m = 2$, $n = 5$, $k = \dots\dots\dots$

d) $m = \dots\dots\dots$, $n = 41$, $k = 121$

11. W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 2014-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, dziesiąty i jedenasty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 20$

b) $m = 3$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

c) $m = \dots\dots\dots$, $n = 100$, $k = \dots\dots\dots$

d) $m = 10$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

12. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $41^{41} + 3^{41}$, $\dots\dots\dots$

b) $43^{43} - 5^{43}$, $\dots\dots\dots$

c) $3^{45} - 2^{45}$, $\dots\dots\dots$

d) $4^{39} - 3^{39}$, $\dots\dots\dots$