

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej końcówki k podać największą liczbę całkowitą dodatnią d o następującej własności: Każda liczba całkowita dodatnia o pięciocyfrowej końcówce k jest podzielna przez d .

a) $k = 00064$, $d = \dots\dots\dots$

b) $k = 00048$, $d = \dots\dots\dots$

c) $k = 00750$, $d = \dots\dots\dots$

d) $k = 00081$, $d = \dots\dots\dots$

2. Po zmieszaniu 14 litrów roztworu pewnej substancji o stężeniu 30% z 14 litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $p\%$, otrzymano roztwór o stężeniu $q\%$. Dla podanego q podać p .

a) $q = 50$, $p = \dots\dots\dots$

b) $q = 40$, $p = \dots\dots\dots$

c) $q = 30$, $p = \dots\dots\dots$

d) $q = 20$, $p = \dots\dots\dots$

3. Po zmieszaniu 7 litrów roztworu pewnej substancji o stężeniu 30% z 14 litrami roztworu tejże substancji o stężeniu $p\%$, otrzymano roztwór o stężeniu $q\%$. Dla podanego q podać p .

a) $q = 30$, $p = \dots\dots\dots$

b) $q = 20$, $p = \dots\dots\dots$

c) $q = 50$, $p = \dots\dots\dots$

d) $q = 40$, $p = \dots\dots\dots$

4. Dla podanej liczby q podać najmniejszą liczbę całkowitą $p > q$, dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Istnieją takie liczby całkowite dodatnie m, n , że liczba m^2 jest większa od liczby n^2 o $p\%$.

a) $q = 100$, $p = \dots\dots\dots$

b) $q = 7$, $p = \dots\dots\dots$

c) $q = 25$, $p = \dots\dots\dots$

d) $q = 33$, $p = \dots\dots\dots$

5. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(4 - \log_2 x)^6 < 1$, $\dots\dots\dots$

b) $(4 - \log_2 x)^8 > 1$, $\dots\dots\dots$

c) $(4 - \log_2 x)^7 > 1$, $\dots\dots\dots$

d) $(4 - \log_2 x)^9 < 1$, $\dots\dots\dots$

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_x 4 \geq -1/2$, $\dots\dots\dots$

b) $\log_x 4 \leq -2$, $\dots\dots\dots$

c) $\log_x 4 \leq 2$, $\dots\dots\dots$

d) $\log_x 4 \geq 1/2$, $\dots\dots\dots$

7. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ jest równa $n \cdot \frac{a_6 + a_k}{2}$. Dla podanej liczby n wskazać taką liczbę całkowitą dodatnią $k \leq n$, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $n = 11$, $k = \dots\dots\dots$

b) $n = 25$, $k = \dots\dots\dots$

c) $n = 2015$, $k = \dots\dots\dots$

d) $n = 99$, $k = \dots\dots\dots$

8. Dla podanej liczby n podać (w stopniach) najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\cos \alpha = \cos(n\alpha)$.

a) $n = 5$, $\alpha = \dots\dots\dots$

b) $n = 4$, $\alpha = \dots\dots\dots$

c) $n = 3$, $\alpha = \dots\dots\dots$

d) $n = 2$, $\alpha = \dots\dots\dots$

9. Zapisać wartość podanego iloczynu logarytmów w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_{81} 49 \cdot \log_7 121 \cdot \log_{11} 27 = \dots\dots\dots$

b) $\log_8 27 \cdot \log_{81} 36 \cdot \log_6 32 = \dots\dots\dots$

c) $\log_4 125 \cdot \log_9 8 \cdot \log_{25} 27 = \dots\dots\dots$

d) $\log_{32} 125 \cdot \log_{11} 128 \cdot \log_{25} 121 = \dots\dots\dots$

10. Rozważamy 100-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{100}$. Dla podanych liczb m, n podać zbiór wszystkich takich liczb całkowitych dodatnich $k \leq 100$, różnych od m, n , że trójkąt $A_mA_nA_k$ jest prostokątny.

a) $m = 50, \quad n = 75, \quad k \in \{ \dots \}$

b) $m = 44, \quad n = 66, \quad k \in \{ \dots \}$

c) $m = 1, \quad n = 2, \quad k \in \{ \dots \}$

d) $m = 17, \quad n = 29, \quad k \in \{ \dots \}$

11. Dla podanej liczby d podać zbiór wszystkich liczb całkowitych nieujemnych k o następującej własności:

Istnieje postęp geometryczny 20-wyrazowy o wyrazach całkowitych dodatnich, który ma dokładnie k wyrazów podzielnych przez d .

a) $d = 28, \quad k \in \{ \dots \}$

b) $d = 23, \quad k \in \{ \dots \}$

c) $d = 25, \quad k \in \{ \dots \}$

d) $d = 27, \quad k \in \{ \dots \}$

12. Dla podanej liczby d podać zbiór wszystkich liczb całkowitych nieujemnych k o następującej własności:

Istnieje postęp geometryczny 20-wyrazowy o wyrazach całkowitych dodatnich, który ma dokładnie k wyrazów podzielnych przez d .

a) $d = 900, \quad k \in \{ \dots \}$

b) $d = 27000, \quad k \in \{ \dots \}$

c) $d = 210, \quad k \in \{ \dots \}$

d) $d = 30, \quad k \in \{ \dots \}$