

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Podać największy wspólny dzielnik.

a)  $\text{NWD}(19000032, 90) = \dots\dots\dots$

b)  $\text{NWD}(19000033, 90) = \dots\dots\dots$

c)  $\text{NWD}(19000034, 90) = \dots\dots\dots$

d)  $\text{NWD}(19000035, 90) = \dots\dots\dots$

**2.** Dla podanej liczby  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $25^k$ .

a)  $n = 2300000225^{50}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 2300000125^{40}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 2300000075^{30}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 2300000010^{20}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**3.** Dla podanej liczby  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $12^k$ .

a)  $n = 2300000012^{30}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 2300000010^{20}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 2300000040^{50}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 2300000016^{40}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

4. Podać największy wspólny dzielnik liczb

a)  $\text{NWD}(53!, 53^4) = \dots\dots\dots$

b)  $\text{NWD}(46!, 46^4) = \dots\dots\dots$

c)  $\text{NWD}(51!, 51^4) = \dots\dots\dots$

d)  $\text{NWD}(52!, 52^4) = \dots\dots\dots$

5. Dla podanej końcówki  $k$  podać największą liczbę całkowitą dodatnią  $d$  o następującej własności: Każda liczba całkowita dodatnia o trzy-cyfrowej końcówce  $k$  jest podzielna przez  $d$ .

a)  $k = 080, \quad d = \dots\dots\dots$

b)  $k = 600, \quad d = \dots\dots\dots$

c)  $k = 750, \quad d = \dots\dots\dots$

d)  $k = 800, \quad d = \dots\dots\dots$

6. Dla podanej końcówki  $k$  podać największą liczbę całkowitą dodatnią  $d$  o następującej własności: Każda liczba całkowita dodatnia o czterocyfrowej końcówce  $k$  jest podzielna przez  $d$ .

a)  $k = 0075, \quad d = \dots\dots\dots$

b)  $k = 0048, \quad d = \dots\dots\dots$

c)  $k = 0012, \quad d = \dots\dots\dots$

d)  $k = 0032, \quad d = \dots\dots\dots$

7. Podać liczbę zer końcowych podanej liczby.

- a)  $120!$  ma ..... zer końcowych
- b)  $121!$  ma ..... zer końcowych
- c)  $128!$  ma ..... zer końcowych
- d)  $125!$  ma ..... zer końcowych

8. Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać największą liczbę naturalną  $k$ , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich  $a$ ,  $b$ , jeżeli iloczyn  $ab$  jest podzielny przez  $n$ , to co najmniej jeden z czynników  $a$ ,  $b$  jest podzielny przez  $k$ .

- a)  $n = 6^5 \cdot 12^3$ ,  $k =$  .....
- b)  $n = 4^5 \cdot 9^3$ ,  $k =$  .....
- c)  $n = 3^5 \cdot 8^3$ ,  $k =$  .....
- d)  $n = 2^5 \cdot 3^3$ ,  $k =$  .....

9. Dla podanej liczby naturalnej  $D$  podać największą liczbę naturalną  $d$ , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich  $n$ ,  $k$ , jeżeli potęga  $n^k$  jest podzielna przez  $D$ , to co najmniej jedna z liczb  $n$ ,  $k$  jest podzielna przez  $d$ .

- a)  $D = 2^7 \cdot 3^5 \cdot 5^3$ ,  $d =$  .....
- b)  $D = 3^5 \cdot 5^3$ ,  $d =$  .....
- c)  $D = 2^5 \cdot 3^3$ ,  $d =$  .....
- d)  $D = 5^7 \cdot 7^5$ ,  $d =$  .....

**10.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać największą liczbę naturalną  $k$ , dla której liczba  $\sqrt[k]{n}$  jest całkowita.

a)  $n = 6^{10} \cdot 24^{40}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 6^{10} \cdot 24^{30}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 6^{10} \cdot 24^{10}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 6^{10} \cdot 24^{20}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**11.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać największą liczbę naturalną  $k$ , dla której liczba  $\sqrt[k]{n^n}$  jest całkowita.

a)  $n = 27$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 8$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 16$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 25$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**12.** Liczba całkowita dodatnia  $n$  ma następujące własności:

- dwucyfrowa końcówka liczby  $n$  to 48,
- każda z pozostałych cyfr liczby  $n$  jest podzielna przez 3,
- suma cyfr liczby  $n$  jest równa  $S$ .

Dla podanej sumy cyfr  $S$  podać resztę z dzielenia liczby  $n$  przez 27.

a)  $S = 2709$ , reszta z dzielenia  $\dots\dots\dots$

b)  $S = 2724$ , reszta z dzielenia  $\dots\dots\dots$

c)  $S = 2727$ , reszta z dzielenia  $\dots\dots\dots$

d)  $S = 2703$ , reszta z dzielenia  $\dots\dots\dots$