

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000032^{11}, 30^{100}) = \dots\dots\dots$

b) $\text{NWD}(100000024^{22}, 30^{100}) = \dots\dots\dots$

c) $\text{NWD}(100000075^{33}, 30^{100}) = \dots\dots\dots$

d) $\text{NWD}(100000035^{55}, 30^{100}) = \dots\dots\dots$

2. Dla podanej liczby q podać najmniejszą liczbę całkowitą $p > q$, dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Istnieją takie liczby całkowite dodatnie d, w , że liczba d jest dzielnikiem liczby w , a ponadto liczba d jest mniejsza od liczby w o $p\%$.

a) $q = 96, \quad p = \dots\dots\dots$

b) $q = 77, \quad p = \dots\dots\dots$

c) $q = 63, \quad p = \dots\dots\dots$

d) $q = 37, \quad p = \dots\dots\dots$

3. Dla podanej liczby q podać najmniejszą liczbę całkowitą $p > q$, dla której prawdziwe jest następujące zdanie:

Istnieją takie liczby całkowite dodatnie d, w , że liczba d jest dzielnikiem liczby w , a ponadto liczba w jest większa od liczby d o $p\%$.

a) $q = 666, \quad p = \dots\dots\dots$

b) $q = 137, \quad p = \dots\dots\dots$

c) $q = 2014, \quad p = \dots\dots\dots$

d) $q = 1000, \quad p = \dots\dots\dots$

4. Napisać, ile litrów dwudziestoprocentowego roztworu pewnej substancji należy zmieszać z 90 litrami dziesięcioprocentowego roztworu tej substancji, aby otrzymać roztwór o podanym stężeniu.

- a) aby uzyskać stężenie 19%, należy dolać litrów
- b) aby uzyskać stężenie 11%, należy dolać litrów
- c) aby uzyskać stężenie 15%, należy dolać litrów
- d) aby uzyskać stężenie 18%, należy dolać litrów

5. Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą $n > 2010$, dla której liczba $\binom{n}{k+1}$ jest podzielna przez $\binom{n}{k}$.

- a) $k = 4$, $n =$
- b) $k = 9$, $n =$
- c) $k = 8$, $n =$
- d) $k = 24$, $n =$

6. Dla podanej liczby x podać liczbę całkowitą n , dla której prawdziwe są nierówności $\frac{1}{n+1} < x < \frac{1}{n}$.

- a) $x = 5\sqrt{2} - 7$, $n =$
- b) $x = 7 - 4\sqrt{3}$, $n =$
- c) $x = 5 - 2\sqrt{6}$, $n =$
- d) $x = \sqrt{26} - 5$, $n =$

7. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{(6 - \sqrt{x})^2} < 1$,

b) $\sqrt{(7 - \sqrt{x})^2} < 2$,

c) $\sqrt{(4 - \sqrt{x})^2} > 1$,

d) $\sqrt{(5 - \sqrt{x})^2} > 3$,

8. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $x^{2016} > x^{2017}$,

b) $x^{2015} > x^{2017}$,

c) $x^{2015} > x^{2016}$,

d) $x^{2014} > x^{2016}$,

9. Dla podanej liczby wskazać jej dowolny **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $2^{21} + 1$,

b) $2^{15} + 1$,

c) $2^{15} - 1$,

d) $3^{21} - 1$,

10. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2014-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy pierwszy, trzeci i siódmy tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $m = 3$, $n = 5$, $k = \dots\dots\dots$
- b) $m = 2$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 26$
- c) $m = 1$, $n = 5$, $k = \dots\dots\dots$
- d) $m = \dots\dots\dots$, $n = 29$, $k = 35$

11. W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 20-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, piąty i siódmy tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 20$
- b) $m = 3$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$
- c) $m = \dots\dots\dots$, $n = 10$, $k = \dots\dots\dots$
- d) $m = 10$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

12. Na potrzeby tego zadania liczbę całkowitą dodatnią d nazwiemy *dobrą*, jeżeli dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich m , n z podzielności iloczynu mn przez d^2 wynika podzielność co najmniej jednego z czynników m , n przez d . Dla podanej liczby k podać najmniejszą *dobrą* liczbę $d > k$.

- a) $k = 23$, $d = \dots\dots\dots$
- b) $k = 33$, $d = \dots\dots\dots$
- c) $k = 47$, $d = \dots\dots\dots$
- d) $k = 13$, $d = \dots\dots\dots$