

**KOŁOKWIUM nr 14, 25.01.2016, godz. 14.15-15.00****Zadanie 25. (25 punktów)**

W każdym z zadań **25.1-25.12** podaj (w postaci uproszczonej) kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** albo **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy  $-\infty$  albo  $+\infty = \infty$ .

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **2 punkty**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz przynależność jednego z nich do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za komplet poprawnych odpowiedzi otrzymasz **dwudziesty piąty punkt**.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

$$\mathbf{25.1.} \quad A = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^2 \leq m^2 \leq 64n^2 \right\} \quad \text{Ocena .....}$$

$$\inf A = 4$$

$$\sup A = 8$$

Czy kres dolny należy do zbioru  $A$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $A$  **TAK**

$$\mathbf{25.2.} \quad B = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^3 \leq m^3 \leq 64n^3 \right\} \quad \text{Ocena .....}$$

$$\inf B = 2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16}$$

$$\sup B = 4$$

Czy kres dolny należy do zbioru  $B$  **NIE**    Czy kres górny należy do zbioru  $B$  **TAK**

$$\mathbf{25.3.} \quad C = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16n^4 \leq m^4 \leq 64n^4 \right\} \quad \text{Ocena .....}$$

$$\inf C = 2$$

$$\sup C = 2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$$

Czy kres dolny należy do zbioru  $C$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $C$  **NIE**

$$\mathbf{25.4.} \quad D = \left\{ \sqrt{n^4 + n^2} - n^2 : n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{Ocena .....}$$

$$\inf D = \sqrt{2} - 1$$

$$\sup D = 1/2$$

Czy kres dolny należy do zbioru  $D$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $D$  **NIE**

$$\mathbf{25.5.} \quad E = \left\{ \sqrt[4]{n^4 + n^3} - n : n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{Ocena .....}$$

$$\inf E = \sqrt[4]{2} - 1$$

$$\sup E = 1/4$$

Czy kres dolny należy do zbioru  $E$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $E$  **NIE**

**25.6.**  $F = \left\{ (\log_2 x)^2 : x \in \left( \frac{1}{8}, 2 \right) \right\}$  Ocena .....

$\inf F = \mathbf{0}$   $\sup F = \mathbf{9}$

Czy kres dolny należy do zbioru  $F$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $F$  **NIE**

**25.7.**  $G = \left\{ (\log_3 x)^3 : x \in \left( \frac{1}{9}, 3 \right) \right\}$  Ocena .....

$\inf G = -\mathbf{8}$   $\sup G = \mathbf{1}$

Czy kres dolny należy do zbioru  $G$  **NIE**    Czy kres górny należy do zbioru  $G$  **NIE**

**25.8.**  $H = \left\{ (\log_4 x)^4 : x \in \left( \frac{1}{16}, 4 \right) \right\}$  Ocena .....

$\inf H = \mathbf{0}$   $\sup H = \mathbf{16}$

Czy kres dolny należy do zbioru  $H$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $H$  **NIE**

**25.9.**  $I = \left\{ \log_x 8 : x \in \left( 0, \frac{1}{2} \right] \right\}$  Ocena .....

$\inf I = -\mathbf{3}$   $\sup I = \mathbf{0}$

Czy kres dolny należy do zbioru  $I$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $I$  **NIE**

**25.10.**  $J = \left\{ \log_x 8 : x \in \left[ \sqrt{2}, +\infty \right) \right\}$  Ocena .....

$\inf J = \mathbf{0}$   $\sup J = \mathbf{6}$

Czy kres dolny należy do zbioru  $J$  **NIE**    Czy kres górny należy do zbioru  $J$  **TAK**

**25.11.**  $K = \{ \log_x 8 : x \in (1, 4] \}$  Ocena .....

$\inf K = \mathbf{3/2}$   $\sup K = +\infty$

Czy kres dolny należy do zbioru  $K$  **TAK**    Czy kres górny należy do zbioru  $K$  **NIE**

**25.12.**  $L = \left\{ \log_x 8 : x \in \left[ \frac{1}{16}, 1 \right) \right\}$  Ocena .....

$\inf L = -\infty$   $\sup L = -\mathbf{3/4}$

Czy kres dolny należy do zbioru  $L$  **NIE**    Czy kres górny należy do zbioru  $L$  **TAK**