

**KOLOKWIUM nr 52, 10.11.2015, godz. 14.15-15.00****Zadanie 57. (10 punktów)**

Wskaż liczbę rzeczywistą  $k$ , dla której podana granica istnieje i jest dodatnią liczbą rzeczywistą. Podaj wartość granicy dla tej wartości parametru  $k$ . Jeżeli odpowiedź jest liczbą wymierną, podaj ją w postaci ułamka nieskracalnego lub liczby całkowitej.

Za każde poprawnie rozwiązane zadanie otrzymasz **2 punkty**. W przypadku odpowiedzi poprawnej, ale nieuproszczonej, otrzymasz **1 punkt**.

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n^k \cdot \binom{n}{3} \right) = 1/6 \quad \text{dla } k = -3$$

$$\text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n^k \cdot \binom{n+4}{n} \right) = 1/24 \quad \text{dla } k = -4$$

$$\text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n^k \cdot \binom{2n}{4} \right) = 2/3 \quad \text{dla } k = -4$$

$$\text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n^k \cdot \binom{2n+2}{5} \right) = 4/15 \quad \text{dla } k = -5$$

$$\text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n^k \cdot \binom{2n+2015}{6} \right) = 4/45 \quad \text{dla } k = -6$$

Zadanie **58.** (10 punktów)

Przy każdym z poniższych 26 zdań w miejscu kropek postaw jedną z liter **P**, **F**, **N**:

**P** - jest **P**rawdą (tzn. musi być prawdziwe)

**F** - jest **F**ałszem (tzn. musi być fałszywe)

**N** - może być prawdziwe lub fałszywe (tzn. **N**ie wiadomo, czasem bywa prawdziwe, a czasem fałszywe)

Za podanie  $n$  poprawnych odpowiedzi otrzymasz **max(0,  $n - 16$ ) punktów**.

O zdaniu  $T(n)$  wiadomo, że

- dla każdej liczby naturalnej  $n$  zachodzi implikacja  $T(n) \Rightarrow T(n + 20)$ ,
- dla każdej liczby naturalnej  $n$  zachodzi implikacja  $T(n) \Rightarrow T(n + 50)$ ,
- dla każdej liczby naturalnej  $n > 100$  zachodzi implikacja  $T(n) \Rightarrow T(n - 100)$ ,
- implikacja  $T(666) \Rightarrow T(888)$  jest fałszywa.

Co można wywnioskować o prawdziwości zdania:

- |   |   |
|---|---|
| a) $T(66)$ <b>P</b>                       | b) $T(76)$ <b>P</b>                       |
| c) $T(77)$ <b>N</b>                       | d) $T(87)$ <b>N</b>                       |
| e) $T(88)$ <b>F</b>                       | f) $T(98)$ <b>F</b>                       |
| g) $T(66) \Rightarrow T(56)$ <b>P</b>     | h) $T(66) \Rightarrow T(46)$ <b>P</b>     |
| i) $T(66) \Rightarrow T(57)$ <b>N</b>     | j) $T(66) \Rightarrow T(47)$ <b>N</b>     |
| k) $T(56) \Rightarrow T(58)$ <b>F</b>     | l) $T(46) \Rightarrow T(48)$ <b>F</b>     |
| m) $T(37) \Rightarrow T(36)$ <b>P</b>     | n) $T(37) \Rightarrow T(38)$ <b>N</b>     |
| o) $T(98) \Rightarrow T(86)$ <b>P</b>     | p) $T(98) \Rightarrow T(87)$ <b>P</b>     |
| q) $T(77) \Rightarrow T(99)$ <b>N</b>     | r) $T(99) \Rightarrow T(77)$ <b>N</b>     |
| s) $T(11) \Rightarrow T(61)$ <b>P</b>     | t) $T(61) \Rightarrow T(11)$ <b>P</b>     |
| u) $T(11) \Rightarrow T(31)$ <b>P</b>     | v) $T(31) \Rightarrow T(11)$ <b>P</b>     |
| w) $T(11) \Rightarrow T(111)$ <b>P</b>    | x) $T(111) \Rightarrow T(11)$ <b>P</b>    |
| y) $T(2018) \Rightarrow T(2017)$ <b>P</b> | z) $T(2017) \Rightarrow T(2016)$ <b>P</b> |