

ANALIZA 1B, KOŁOKWIUM nr **56**, **8.12.2015**, godz. 14.15-15.25

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **65.** (10 punktów)

Podać przykład takiego niepustego zbioru ograniczonego A , że $0 < \sup A < 1$ oraz $\sup \{a^2 : a \in A\} = \sup A$.

Zadanie 66. (10 punktów)

Podać przykład takiego ciągu (a_n) , że szeregi

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}), \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n-1} + a_{3n} + a_{3n+1}) \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n} + a_{3n+1} + a_{3n+2})$$

są zbieżne, a ponadto

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}) = 1, \quad a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n-1} + a_{3n} + a_{3n+1}) = 4$$

oraz

$$a_1 + a_2 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{3n} + a_{3n+1} + a_{3n+2}) = 9.$$

Zadanie **67.** (20 punktów)

W każdym z zadań **67.1-67.10** podaj (w postaci uproszczonej) kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** albo **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty = \infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz **2 punkty**.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz przynależność jednego z nich do zbioru, otrzymasz **1 punkt**.

Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

67.1. $A = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 350} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

67.2. $B = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 370} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

67.3. $C = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 390} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

67.4. $D = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 410} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

67.5. $E = \left\{ \frac{1}{n^2 - 40n + 430} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

67.6. $F = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 5^{n^2} \right\}$ Ocena

$\inf F = \dots\dots\dots$ $\sup F = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru F Czy kres górny należy do zbioru F

67.7. $G = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 8^{n^2} \right\}$ Ocena

$\inf G = \dots\dots\dots$ $\sup G = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru G Czy kres górny należy do zbioru G

67.8. $H = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 9^{n^2} \leq 3^{m^2} \leq 27^{n^2} \right\}$ Ocena

$\inf H = \dots\dots\dots$ $\sup H = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru H Czy kres górny należy do zbioru H

67.9. $I = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 16^{n^2} \leq 2^{m^2} \leq 32^{n^2} \right\}$ Ocena

$\inf I = \dots\dots\dots$ $\sup I = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru I Czy kres górny należy do zbioru I

67.10. $J = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 27^{n^2} \leq 3^{m^2} \leq 81^{n^2} \right\}$ Ocena

$\inf J = \dots\dots\dots$ $\sup J = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru J Czy kres górny należy do zbioru J
