

ANALIZA 1B, KOŁOKWIUM nr **57**, **15.12.2015**, godz. 14.15-15.00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **68.** (10 punktów)

Dana jest funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określona wzorem  $f(x) = \sqrt[8]{x^4 + 10^8}$ . Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{|x - y|}{20}.$$

Zadanie **69.** (10 punktów)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{1+1}}{\sqrt{n^{24}+1}} + \frac{\sqrt{1+2^6}}{\sqrt{n^{24}+2^6}} + \frac{\sqrt{1+3^6}}{\sqrt{n^{24}+3^6}} + \dots + \frac{\sqrt{1+k^6}}{\sqrt{n^{24}+k^6}} + \dots + \frac{\sqrt{1+n^{18}}}{\sqrt{n^{24}+n^{18}}} \right).$$

Wskazówka-przypomnienie:  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$ .