

ANALIZA 1B, KOŁOKWIUM nr **60**, 19.01.2016, godz. 14.15-15.25

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **75.** (10 punktów)

Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2^n}{\sqrt{9^n + 5^n}} + \frac{2^{n-1} \cdot 3}{\sqrt{9^n + 5^{n-1} \cdot 7}} + \frac{2^{n-2} \cdot 3^2}{\sqrt{9^n + 5^{n-2} \cdot 7^2}} + \dots + \frac{2^{n-k} \cdot 3^k}{\sqrt{9^n + 5^{n-k} \cdot 7^k}} + \dots + \frac{3^n}{\sqrt{9^n + 7^n}} \right).$$

Zadanie **76.** (10 punktów)

Obliczyć sumę szeregu

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^3 - 4n}.$$

Zadanie **77.** (10 punktów)

Dana jest funkcja  $f: [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  określona wzorem  $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ . Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y \in [-4, 4]$  zachodzi nierówność

$$|f(x) - f(y)| \leq \frac{4}{5} \cdot |x - y|.$$