

ANALIZA 1B, KOŁOKWIUM nr **61**, **26.01.2016**, godz. 14.15-15.25

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **78.** (10 punktów)

Dowieść, że dla każdej liczby naturalnej n zachodzą nierówności

$$\frac{2}{3} \cdot n \cdot \sqrt{n+1} < \sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{5} + \dots + \sqrt{n-1} + \sqrt{n} < \frac{2}{3} \cdot \sqrt{n} \cdot (n+1).$$

Zadanie **79.** (10 punktów)

Wyznaczyć (wraz z pełnym uzasadnieniem) kresy zbioru

$$Z = \left\{ \frac{k \cdot m^2 \cdot n^3}{k^3 + m^6 + n^9} : k, m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Zadanie **80.** (10 punktów)

Udowodnić istnienie liczby rzeczywistej $x \in (0, 2)$ spełniającej nierówność

$$x^{2015} \cdot (x-2)^{2016} > 1.$$