4. Ciągi liczbowe, zbieżność.

Poziom B (z myślą o ocenie co najwyżej dobrej)

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 3–4.11.2015 (grupy 2–5).
Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami.

Zbadać zbieżność ciągu (a_n) określonego podanym wzorem; obliczyć granicę, jeśli ciąg jest zbieżny. Wolno skorzystać ze wzoru $\lim\limits_{n\to\infty} q^n=0$, gdy $|q|<1$.

192. $\dfrac{n}{n+7}$ **193.** $\dfrac{5n^3+n^2-6}{3n^4+7}$ **194.** $\dfrac{5n^4+n^2-6}{3n^4+7}$ **195.** $\dfrac{5n^5+n^2-6}{3n^4+7}$ **196.** $\dfrac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+2}$

197. $\dfrac{1-2+3-4+5-6+\ldots-2n}{\sqrt{n^2+2}}$ **198.** $\dfrac{n}{1+\sqrt{n}}$ **199.** $n\cdot(-1)^n$

200. $\dfrac{\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right)^7}{n^3\left(1+7\sqrt{n+2}\right)}$ **201.** $\dfrac{1+2+3+\ldots+n}{n^2}$ **202.** $\dfrac{3^0+3^1+3^2+3^3+\ldots+3^n}{3^n}$

203. $\dfrac{\sqrt{3^n+2^n}}{\sqrt{3^n+1}}$ **204.** $\sqrt{n^2+3n}-n$ **205.** $n\left(\sqrt{n^2+7}-n\right)$

206. $\dfrac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+7}-\sqrt{n}}$ **207.** $\dfrac{\sqrt{n^4+1}-n^2}{\left(\sqrt{n^4+n}-n^2\right)^2}$ **208.** $\dfrac{7n+(\sqrt[3]{n}\sqrt[6]{n})^5\sqrt{9n+1}}{11n^3+7n+3}$

209. $\dfrac{1}{(2+(-1)^n)^n}$ **210.** $a_n=\begin{cases}(-1)^n\cdot n! & \text{dla } n\leqslant 100\\ \frac{2^n}{2^n+1} & \text{dla } n>100\end{cases}$ **211.** $\sqrt[n^2]{n}$ **212.** $\sqrt[n]{n^2}$

213. $n^3\cdot\sqrt{n^2+1}-n^4-\dfrac{n^2}{2}$ **214.** $\dfrac{\sqrt{8n^2+1}}{\sqrt{2n^4+1}}+\dfrac{\sqrt{8n^2+2}}{\sqrt{2n^4+2}}+\dfrac{\sqrt{8n^2+3}}{\sqrt{2n^4+3}}+\ldots+\dfrac{\sqrt{8n^2+3n}}{\sqrt{2n^4+3n}}$

215. Wskazać liczbę naturalną k, dla której granica

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+2\cdot\sqrt[6]{n^k+1}}{n^2+5\cdot\sqrt[3]{n^7+7}+7\cdot\sqrt{n^5+5}}$$

istnieje i jest liczbą rzeczywistą dodatnią. Obliczyć wartość granicy przy tak wybranej liczbie k.

216. Wskazać liczbę naturalną k, dla której granica

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^{14}+9n^9+1}-n^7}{n^k}$$

istnieje i jest liczbą rzeczywistą dodatnią. Obliczyć wartość granicy przy tak wybranej liczbie k.