

**KOŁOKWIUM nr 5, 31.03.2016, godz. 8.15-9.00****Zadanie 7. (20 punktów)**

W każdym z zadań 7.1-7.10 podaj w postaci uproszczonej wartość granicy ciągu.

Za każdą granicę poprawnie podaną w postaci uproszczonej otrzymasz 2 punkty.

Za podanie poprawnej wartości granicy, ale w postaci nieuproszczonej, otrzymasz od 0 do 2 punktów, w zależności od kryteriów przyjętych przez sprawdzającego.

---

$$7.1. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+3} + \dots + \frac{1}{2n+k} + \dots + \frac{1}{6n} \right) = \ln 3$$

---

$$7.2. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+6} + \dots + \frac{1}{n+2k} + \dots + \frac{1}{9n} \right) = \ln 3$$

---

$$7.3. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+8} + \frac{1}{n+12} + \dots + \frac{1}{n+4k} + \dots + \frac{1}{81n} \right) = \ln 3$$

---

$$7.4. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n^2 + (n+1)^2} + \frac{n+2}{n^2 + (n+2)^2} + \dots + \frac{k}{n^2 + k^2} + \dots + \frac{7n}{50n^2} \right) = \ln 5$$

$$7.5. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{2n^2 + (n+1)^2} + \frac{n+2}{2n^2 + (n+2)^2} + \dots + \frac{k}{2n^2 + k^2} + \dots + \frac{5n}{27n^2} \right) = \ln 3$$

$$7.6. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{3n^2 + 1} + \frac{2}{3n^2 + 4} + \dots + \frac{k}{3n^2 + k^2} + \dots + \frac{3n}{12n^2} \right) = \ln 2$$

$$7.7. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n^2 + 1} + \frac{n}{n^2 + 4} + \dots + \frac{n}{n^2 + k^2} + \dots + \frac{n}{2n^2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$7.8. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{3n^2 + 1} + \frac{n}{3n^2 + 4} + \dots + \frac{n}{3n^2 + k^2} + \dots + \frac{n}{4n^2} \right) = \frac{\pi}{6 \cdot \sqrt{3}} \quad \left( = \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{18} \right)$$

$$7.9. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{3n^2 + 1} + \frac{n}{3n^2 + 4} + \dots + \frac{n}{3n^2 + k^2} + \dots + \frac{n}{12n^2} \right) = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{3}} \quad \left( = \frac{\pi \cdot \sqrt{3}}{9} \right)$$

$$7.10. \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{3n^2 + (n+1)^2} + \frac{n}{3n^2 + (n+2)^2} + \dots + \frac{n}{3n^2 + k^2} + \dots + \frac{n}{12n^2} \right) = \frac{\pi}{6 \cdot \sqrt{3}}$$