

ANALIZA 2B, KOŁOKWIUM nr **60**, **6.06.2016**, godz. 16.15-17.00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **68.** (20 punktów)

Dany jest szereg funkcyjny $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ o sumie F , gdzie funkcje f_n są dane wzorami

$$f_n(x) = \frac{\cos n^8 x}{n^{60}}.$$

Wyznaczyć największą liczbę naturalną m , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Funkcja F jest m -krotnie różniczkowalna, a ponadto dla każdej liczby całkowitej dodatniej $k \leq m$ zachodzi równość $F^{(k)} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(k)}$.

Zadanie **69.** (27 punktów) Udowodnić nierówności:

$$\sum_{n=101}^{1000} \frac{1}{n^3} < 0,0000495, \quad (5 \text{ punktów})$$

$$\sum_{n=101}^{1000} \frac{1}{n^3} > 0,0000485, \quad (7 \text{ punktów})$$

$$\sum_{n=101}^{1000} \frac{1}{n^3} > 0,000049. \quad (15 \text{ punktów})$$