

Całka nieoznaczona - podstawy. Całkowanie przez części i przez podstawienie.

Zadania omówione na ćwiczeniach 22.02.2016 (grupa 1, poziom C).

701. Niech n będzie liczbą całkowitą dodatnią. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje n -krotnie różniczkowalne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(n)}(x) = 0$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

702. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje 2016-krotnie różniczkowalne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2016)}(x) = \sin^2 x$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

703. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje 10-krotnie różniczkowalne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(10)}(x) = \sin^3 x$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

Wskazówka: Użyć liczb zespolonych do wyprowadzenia odpowiedniej tożsamości trygonometrycznej.

704. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje dziewięciokrotnie różniczkowalne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(9)}(x) = \cos^5 x$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

705. Wyznaczyć wszystkie takie funkcje dwukrotnie różniczkowalne $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \frac{1}{x^3}$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach 29.02.2016
(grupa 1, poziom C, 4 godziny: 14–18).**

Obliczyć $\int f(x)dx$, jeśli $f(x)$ dana jest wzorem:

706. $e^x \cdot \sin^2 x$ **707.** $\frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$ **708.** $\operatorname{tg} x$ **709.** $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ **Wskazówka:** $x = \sin t$

710. $\frac{1}{(x^2+1)^3}$ **711.** $x^2 \cdot \sin \sqrt{x^3+1}$ **712.** $e^x \cdot \sin^6 x$ **713.** $x \cdot \cos^7 x$

714. $\ln^3 x$ **715.** $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x \cdot \cos 4x$ **716.** $\sin \ln x$ **717.** $x \cdot \operatorname{arctg} x$

718. $x^n \cdot e^{x^5}$ dla wybranej liczby naturalnej $n > 10$

719. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sin(mx) \cdot \cos(nx) dx$$

w zależności od parametrów całkowitych dodatnich m, n .

720. Na wyspach Bergamutach podobno jest kot w butach i podobno zamiast zwykłych funkcji trygonometrycznych używają tam funkcji *losinus*, *nosinus* oraz *sosinus* podlegających następującym regułom różniczkowania:

$$\frac{d}{dx} \operatorname{los} x = \operatorname{nos} x, \quad \frac{d}{dx} \operatorname{nos} x = \operatorname{sos} x, \quad \frac{d}{dx} \operatorname{sos} x = \operatorname{los} x.$$

Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^2 \operatorname{los} x dx$$

wyrażając wynik przy pomocy funkcji *los*, *nos* i *sos*.