Kolokwium 57 (25.04.2016) - materiał do zad. 1030

Szeregi liczbowe o wyrazach dowolnego znaku – – badanie zbieżności.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 18.04.2016 (grupa 1, poziom C, 3 godziny: 14–17).

1020. Wśród poniższych sześciu szeregów wskaż szereg zbieżny, a następnie udowodnij jego zbieżność. Jeśli potrafisz, podaj jego sumę.

(**A**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n+1)}{7n+10}$ (**B**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n^2+1)}{3n^2+n}$ (**C**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n-1)}{n^2+n}$

(**D**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+1)}{2n^2+1}$ (**E**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(3n^2+1)}{77n-1}$ (**F**) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n-1)}{2011n+2012}$

W każdym z czterech kolejnych zadań udziel siedmiu **niezależnych** odpowiedzi:
Z - jest **Z**bieżny (tzn. musi być zbieżny, a przy tym szereg spełniający podany warunek istnieje)
R - jest **R**ozbieżny (tzn. musi być rozbieżny, a przy tym szereg spełniający podany warunek istnieje)
N - może być zbieżny lub rozbieżny (tzn. **N**ie wiadomo, czasem jest zbieżny, a czasem rozbieżny)
X - nie istnieje szereg spełniający podany warunek

Co można wywnioskować o zbieżności szeregu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, jeżeli wiadomo, że jego wyrazy są różne od zera, a ponadto ciąg jego wyrazów (a_n) spełnia podany warunek

1021. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=g$, gdzie

a) $g=-3$ ..... **b)** $g=-1$ ..... **c)** $g=-1/3$ .....
d) $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

1022. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=g$, gdzie

a) $g=-3$ ..... **b)** $g=-1$ ..... **c)** $g=-1/3$ .....
d) $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

1023. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=g$, gdzie

a) $g=-3$ ..... **b)** $g=-1$ ..... **c)** $g=-1/3$ .....
d) $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

1024. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=g$, gdzie

a) $g=-3$ ..... **b)** $g=-1$ ..... **c)** $g=-1/3$ .....
d) $g=0$ ..... **e)** $g=1/3$ ..... **f)** $g=1$ ..... **g)** $g=3$ .....

1025. W każdym z poniższych 16 pytań w miejscu kropek postaw jedną z liter **Z, R, N**:

Z - jest **Z**bieżny (tzn. musi być zbieżny)

R - jest **R**ozbieżny (tzn. musi być rozbieżny)

N - może być zbieżny lub rozbieżny (tzn. **N**ie wiadomo, czasem jest zbieżny, a czasem rozbieżny)

Wiadomo, że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny, szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ jest rozbieżny, ciąg (c_n) jest zbieżny, ciąg (d_n) jest rozbieżny. Co można wywnioskować o zbieżności

a) ciągu (a_n) ..... **b)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} c_n$ .....

c) ciągu (b_n) ..... **d)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} d_n$ .....

e) ciągu (a_n+b_n) ..... **f)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n+b_n)$ .....

g) ciągu (c_n+d_n) ..... **h)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (c_n+d_n)$ .....

i) ciągu (a_n+c_n) ..... **j)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n+c_n)$ .....

k) ciągu (a_n+d_n) ..... **l)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n+d_n)$ .....

m) ciągu (b_n+c_n) ..... **n)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n+c_n)$ .....

o) ciągu (b_n+d_n) ..... **p)** szeregu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n+d_n)$ .....

1026. Podać przykład takiego ciągu (a_n), że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ jest rozbieżny, a szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$ jest zbieżny.

1027. Podać przykład takiego ciągu (a_n), że szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ jest zbieżny, a szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^2$ jest rozbieżny.

1028. Podać przykład takiego ciągu (a_n), że szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^6$ są zbieżne, a szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^4$ jest rozbieżny.

1029. Podać przykład takiego ciągu (a_n), że szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^5$ są zbieżne, a szereg $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^3$ jest rozbieżny.

1030. Podać przykład takiego ciągu (a_n), że szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^5$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^9$ są zbieżne, a szeregi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^3$ i $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^7$ są rozbieżne.