

Kolokwium 58 (9.05.2016, godz. 14:15) - materiał do zad. 1075

Kolokwium 59 (16.05.2016, godz. 16:15) - materiał do zad. 1147

Liczby zespolone, zespolone szeregi liczbowe i potęgowe

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 9.05.2016

(grupa 1, poziom C, 3 godziny: 14–17).

1140. Rozwiązać równanie $z^5 = 1$.

Wskazówka: $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = (z^2 + az + 1)(z^2 + bz + 1)$

Uprościć wyrażenia (w uproszczonej formie nie może występować więcej niż jeden symbol \arctg):

1141. $\arctg 3 + \arctg 7$

1142. $\arctg 2 + \arctg 8$

1143. $\arctg 5 + \arctg 8$

1144. Pamiętając, że

$$\ln(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot z^n}{n} \quad \text{dla } |z| \leq 1, z \neq -1$$

oraz

$$\ln z = \ln|z| + i \cdot \arg z,$$

obliczyć sumę

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\right)^n}{n}.$$

Korzystając z przybliżenia

$$\sum_{n=1}^{16} \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\right)^n}{n} \approx -0,06023 + 1,05032i$$

obliczyć przybliżoną wartość π .

1145. Wyprowadzić wzory na $\frac{\sin ix}{i}$ oraz $\cos ix$, gdzie x przebiega liczby rzeczywiste, a w samych wzorach nie ma śladu liczb zespolonych.

1146. Obliczyć sumę

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n}.$$

1147. Podać sensowną definicję liczby $\arctg \frac{i}{2}$ i coś bliżej o niej powiedzieć (dodatnia/ujemna, rzeczywista/urojona, jak duża).