

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 16.05.2016
(grupa 1, poziom C, 3 godziny: 16–19).

Oszacować od góry (przez dowolną, ale konkretną liczbę) normę supremum funkcji f zdefiniowanej podanym wzorem na podanej dziedzinie.

$$1166. f(x) = \frac{7x^4 + 11x^2 + 13}{2x^4 + 3x^2 + 5}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$1167. f(x) = \frac{11x^4 - 7x^2 + 13}{3x^4 - 2x^2 + 5}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$1168. f(x) = \frac{2^x + 5^x + 8^x}{2^x + 4^x + 8^x}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$1169. f(x) = \int_0^x \frac{dt}{t^4 + 1}, \quad D_f = (0, +\infty)$$

$$1170. f(x) = \int_0^x \frac{\sin t \, dt}{t^2 + 1}, \quad D_f = (0, +\infty)$$

$$1171. f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^3 x^4}{n^2 + 1}, \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$1172. f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot x^{n^2}, \quad D_f = (-1/2, 1/2)$$

Na potrzeby kolejnych zadań funkcję f nazwiemy **treffloróżniczkwalną** w punkcie x_0 , jeżeli istnieje granica

$$f^{\clubsuit}(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2},$$

którą to granicę nazywać będziemy **trefflopochoдную** funkcji f w punkcie x_0 .

Zbadać treffloróżniczkwalność i obliczyć trefflopochoдную w zerze funkcji f zdefiniowanej wzorem:

$$1173. f(x) = x^3$$

$$1174. f(x) = e^x$$

$$1175. f(x) = e^{7x}$$

$$1176. f(x) = \sin x$$

1177. Uzasadnić treffloróżniczkwalność porządných¹ funkcji.

1178. Podać przykład funkcji, która w zerze jest treffloróżniczkwalna, ale nieciągła.

¹Funkcja porządna to funkcja różniczkowalna odpowiednią do potrzeb liczbę razy.