Kolokwium 60 (6.06.2016, godz. 16:15) - materiał do zad. 1190
Kolokwium 61 (13.06.2016, godz. 15:15) - materiał do zad. 1218

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 6.06.2016
(grupa 1, poziom C, 3 godziny: 16–19).

Przypomnienie wzorków:

$$e^z=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!} \qquad e^{x+iy}=e^x\cdot(\cos y+i\sin y) \qquad e^{z_1+z_2}=e^{z_1}\cdot e^{z_2}$$

$$\ln(1+z)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot z^n}{n}, \qquad |z|\leqslant 1,\quad z\neq -1$$

$$\ln z=\ln|z|+i\arg z, \qquad z\neq 0$$

$$\ln z=\ln|z|+i\,\mathrm{arctg}\frac{y}{x}, \qquad z=x+iy,\quad x>0$$

1201. Wyprowadzić wzory na sumy

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n!} \qquad \text{oraz} \qquad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos nx}{n!}\,.$$

Podać wartości całek

(**1202**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\sin\sin x\,dx$$

(**1203**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\cos\sin x\,dx$$

(**1204**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\cos\sin x\cdot\cos nx\,dx$$

(**1205**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\cos\sin x\cdot\sin nx\,dx$$

(**1206**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\sin\sin x\cdot\cos nx\,dx$$

(**1207**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\sin\sin x\cdot\sin nx\,dx$$

(**1208**) $$\int_0^{2\pi}e^{\cos x}\cdot\sin\sin x\cdot\sin 2x\cdot\sin 3x\cdot\sin 5x\,dx$$

1209. Wyprowadzić wzór na sumę
$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\cos nx}{n}\,.$$

1210. Obliczyć
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$$
przyglądając się na wszystkie strony $\ln(1+i)$.

1211. Wyprowadzić wzory na
$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\sin 2nx}{(2n)!} \quad \text{oraz} \quad \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cos 2nx}{(2n)!}$$
korzystając z rozwinięcia
$$\cos z=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$$
oraz ze wzoru
$$\cos z=\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}\,.$$

Odpowiedź: $\frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot\sin\cos x$ $\qquad$ $\frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot\cos\cos x$

Podać wartości całek

(**1212**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot\cos\cos x\,dx$$

(**1213**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot\cos\cos x\cdot\sin nx\,dx$$

(**1214**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}+e^{-\sin x}}{2}\cdot\cos\cos x\cdot\cos nx\,dx$$

(**1215**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot\sin\cos x\,dx$$

(**1216**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot\sin\cos x\cdot\cos nx\,dx$$

(**1217**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot\sin\cos x\cdot\sin nx\,dx$$

(**1218**) $$\int_0^{2\pi}\frac{e^{\sin x}-e^{-\sin x}}{2}\cdot\sin\cos x\cdot\cos^5 x\cdot\sin 3x\,dx$$