W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(100000008, 3600) =$ ....

b) $\mathrm{NWD}(100000032, 3600) =$ ....

c) $\mathrm{NWD}(100000036, 3600) =$ ....

d) $\mathrm{NWD}(100000048, 3600) =$ ....

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(100000125, 3600) =$ ....

b) $\mathrm{NWD}(100000065, 3600) =$ ....

c) $\mathrm{NWD}(100000050, 3600) =$ ....

d) $\mathrm{NWD}(100000005, 3600) =$ ....

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(30!, 33^3) =$ ....

b) $\mathrm{NWD}(30!, 31^3) =$ ....

c) $\mathrm{NWD}(30!, 38^3) =$ ....

d) $\mathrm{NWD}(30!, 35^3) =$ ....

4. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n, aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^3}\right)^{a^{a^3}} = a^{a^n}\,.$$

a) $a=5$, $n=$ ....

b) $a=2$, $n=$ ....

c) $a=3$, $n=$ ....

d) $a=4$, $n=$ ....

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest kwadratem liczby całkowitej.

a) $n=2^{2014}\cdot5^{2222}$, $k=$ ....

b) $n=2^{2016}\cdot5^{7777}$, $k=$ ....

c) $n=2^{2015}\cdot5^{4444}$, $k=$ ....

d) $n=2^{2017}\cdot5^{9999}$, $k=$ ....

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest piątą potęgą liczby całkowitej.

a) $n=2^{2017}\cdot5^{9999}$, $k=$ ....

b) $n=2^{2016}\cdot5^{7777}$, $k=$ ....

c) $n=2^{2014}\cdot5^{2222}$, $k=$ ....

d) $n=2^{2015}\cdot5^{4444}$, $k=$ ....

7. Wskazać taką liczbę wymierną w, aby podana liczba x była wymierna.

a) $x=\dfrac{1}{4-2\sqrt{3}}+w\sqrt{3},\quad w=$ ....

b) $x=\dfrac{1}{5-3\sqrt{3}}+w\sqrt{3},\quad w=$ ....

c) $x=\dfrac{1}{8-5\sqrt{3}}+w\sqrt{3},\quad w=$ ....

d) $x=\dfrac{1}{7-4\sqrt{3}}+w\sqrt{3},\quad w=$ ....

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k, dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b, jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n, to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k.

a) $n=2^9\cdot 31,\quad k=$ ....

b) $n=2^7\cdot 17,\quad k=$ ....

c) $n=2^5\cdot 7,\quad k=$ ....

d) $n=2^3\cdot 5,\quad k=$ ....

9. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $67^{26}-4^{26}$, ...

b) $35^{11}+6^{11}$, ...

c) $63^{11}-2^{11}$, ...

d) $55^{26}-7^{26}$, ...

10. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{62}{26} = 3n$, $\binom{62}{27} = 4n$, $\binom{62}{28} = 5n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n.

a) $\binom{63}{36} =$ ....

b) $\binom{64}{28} =$ ....

c) $\binom{63}{27} =$ ....

d) $\binom{63}{28} =$ ....

11. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1, a_2, \ldots, a_n$ o sumie 330, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanej liczby n podać liczbę w, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 33$, $w =$ ....

b) $n = 3$, $w =$ ....

c) $n = 11$, $w =$ ....

d) $n = 30$, $w =$ ....

12. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n, że $m^4 n^5 = k$.

a) $k = 3^{13} \cdot 13^{14}$, $m =$ ...., $n =$ ....

b) $k = 5^{18} \cdot 17^{19}$, $m =$ ...., $n =$ ....

c) $k = 7^{27} \cdot 19^{31}$, $m =$ ...., $n =$ ....

d) $k = 2^{10} \cdot 11^{12}$, $m =$ ...., $n =$ ....