

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000008, 3600) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $\text{NWD}(100000032, 3600) = 2^4 \cdot 3 = 48$

c) $\text{NWD}(100000036, 3600) = 2^2 = 4$

d) $\text{NWD}(100000048, 3600) = 2^4 = 16$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000125, 3600) = 3^2 \cdot 5^2 = 225$

b) $\text{NWD}(100000065, 3600) = 3 \cdot 5 = 15$

c) $\text{NWD}(100000050, 3600) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$

d) $\text{NWD}(100000005, 3600) = 3 \cdot 5 = 15$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(30!, 33^3) = 3^3 \cdot 11^2$

b) $\text{NWD}(30!, 31^3) = 1$

c) $\text{NWD}(30!, 38^3) = 2^3 \cdot 19$

d) $\text{NWD}(30!, 35^3) = 5^3 \cdot 7^3 = 35^3$

4. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^3}\right)^{a^{a^3}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 5, \quad n = \mathbf{128}$

b) $a = 2, \quad n = \mathbf{11}$

c) $a = 3, \quad n = \mathbf{30}$

d) $a = 4, \quad n = \mathbf{67}$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest kwadratem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}, \quad k = \mathbf{1}$

b) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}, \quad k = \mathbf{5}$

c) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}, \quad k = \mathbf{2}$

d) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}, \quad k = \mathbf{10}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest piątą potęgą liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}, \quad k = \mathbf{2^3 \cdot 5 = 40}$

b) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}, \quad k = \mathbf{2^4 \cdot 5^3 = 2000}$

c) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}, \quad k = \mathbf{2 \cdot 5^3 = 250}$

d) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}, \quad k = \mathbf{5}$

7. Wskazać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{4-2\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = -1/2$

b) $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = 3/2$

c) $x = \frac{1}{8-5\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = 5/11$

d) $x = \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = -4$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 31, \quad k = 2^5 = 32$

b) $n = 2^7 \cdot 17, \quad k = 17$

c) $n = 2^5 \cdot 7, \quad k = 2^3 = 8$

d) $n = 2^3 \cdot 5, \quad k = 5$

9. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $67^{26} - 4^{26}, \quad 71$

b) $35^{11} + 6^{11}, \quad 41$

c) $63^{11} - 2^{11}, \quad 61$

d) $55^{26} - 7^{26}, \quad 31$

10. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{62}{26} = 3n$, $\binom{62}{27} = 4n$, $\binom{62}{28} = 5n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n .

a) $\binom{63}{36} = 7n$

b) $\binom{64}{28} = 16n$

c) $\binom{63}{27} = 7n$

d) $\binom{63}{28} = 9n$

11. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym a_1, a_2, \dots, a_n o sumie 330, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 33$, $w = 10$

b) $n = 3$, $w = 110$

c) $n = 11$, $w = 30$

d) $n = 30$, $w = \mathbf{NIE}$

12. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^4 n^5 = k$.

a) $k = 3^{13} \cdot 13^{14}$, $m = 3^2 \cdot 13$, $n = 3 \cdot 13^2$

b) $k = 5^{18} \cdot 17^{19}$, $m = 5^2 \cdot 17$, $n = 5^2 \cdot 17^3$

c) $k = 7^{27} \cdot 19^{31}$, $m = 7^3 \cdot 19^4$, $n = 7^3 \cdot 19^3$

d) $k = 2^{10} \cdot 11^{12}$, $m = 11^3$, $n = 2^2 = 4$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000036, 3600) = \mathbf{2^2 = 4}$

b) $\text{NWD}(100000032, 3600) = \mathbf{2^4 \cdot 3 = 48}$

c) $\text{NWD}(100000008, 3600) = \mathbf{2^3 \cdot 3^2 = 72}$

d) $\text{NWD}(100000048, 3600) = \mathbf{2^4 = 16}$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000005, 3600) = \mathbf{3 \cdot 5 = 15}$

b) $\text{NWD}(100000050, 3600) = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150}$

c) $\text{NWD}(100000125, 3600) = \mathbf{3^2 \cdot 5^2 = 225}$

d) $\text{NWD}(100000065, 3600) = \mathbf{3 \cdot 5 = 15}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(30!, 38^3) = \mathbf{2^3 \cdot 19}$

b) $\text{NWD}(30!, 33^3) = \mathbf{3^3 \cdot 11^2}$

c) $\text{NWD}(30!, 31^3) = \mathbf{1}$

d) $\text{NWD}(30!, 35^3) = \mathbf{5^3 \cdot 7^3 = 35^3}$

4. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^3}\right)^{a^{a^3}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 5$, $n = \mathbf{128}$

b) $a = 4$, $n = \mathbf{67}$

c) $a = 3$, $n = \mathbf{30}$

d) $a = 2$, $n = \mathbf{11}$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest kwadratem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}$, $k = \mathbf{10}$

b) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}$, $k = \mathbf{5}$

c) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}$, $k = \mathbf{2}$

d) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}$, $k = \mathbf{1}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest piątą potęgą liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}$, $k = \mathbf{2^4 \cdot 5^3 = 2000}$

b) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}$, $k = \mathbf{5}$

c) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}$, $k = \mathbf{2^3 \cdot 5 = 40}$

d) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}$, $k = \mathbf{2 \cdot 5^3 = 250}$

7. Wskazać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{4-2\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = -1/2$

b) $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = 3/2$

c) $x = \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = -4$

d) $x = \frac{1}{8-5\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = 5/11$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^3 \cdot 5, \quad k = 5$

b) $n = 2^7 \cdot 17, \quad k = 17$

c) $n = 2^5 \cdot 7, \quad k = 2^3 = 8$

d) $n = 2^9 \cdot 31, \quad k = 2^5 = 32$

9. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $35^{11} + 6^{11}, \quad 41$

b) $55^{26} - 7^{26}, \quad 31$

c) $63^{11} - 2^{11}, \quad 61$

d) $67^{26} - 4^{26}, \quad 71$

10. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{62}{26} = 3n$, $\binom{62}{27} = 4n$, $\binom{62}{28} = 5n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n .

a) $\binom{63}{28} = 9n$

b) $\binom{63}{36} = 7n$

c) $\binom{64}{28} = 16n$

d) $\binom{63}{27} = 7n$

11. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym a_1, a_2, \dots, a_n o sumie 330, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 30$, $w = \mathbf{NIE}$

b) $n = 33$, $w = \mathbf{10}$

c) $n = 11$, $w = \mathbf{30}$

d) $n = 3$, $w = \mathbf{110}$

12. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^4 n^5 = k$.

a) $k = 3^{13} \cdot 13^{14}$, $m = \mathbf{3^2 \cdot 13}$, $n = \mathbf{3 \cdot 13^2}$

b) $k = 5^{18} \cdot 17^{19}$, $m = \mathbf{5^2 \cdot 17}$, $n = \mathbf{5^2 \cdot 17^3}$

c) $k = 2^{10} \cdot 11^{12}$, $m = \mathbf{11^3}$, $n = \mathbf{2^2 = 4}$

d) $k = 7^{27} \cdot 19^{31}$, $m = \mathbf{7^3 \cdot 19^4}$, $n = \mathbf{7^3 \cdot 19^3}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000036, 3600) = \mathbf{2^2 = 4}$

b) $\text{NWD}(100000008, 3600) = \mathbf{2^3 \cdot 3^2 = 72}$

c) $\text{NWD}(100000048, 3600) = \mathbf{2^4 = 16}$

d) $\text{NWD}(100000032, 3600) = \mathbf{2^4 \cdot 3 = 48}$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000125, 3600) = \mathbf{3^2 \cdot 5^2 = 225}$

b) $\text{NWD}(100000050, 3600) = \mathbf{2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150}$

c) $\text{NWD}(100000005, 3600) = \mathbf{3 \cdot 5 = 15}$

d) $\text{NWD}(100000065, 3600) = \mathbf{3 \cdot 5 = 15}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(30!, 31^3) = \mathbf{1}$

b) $\text{NWD}(30!, 33^3) = \mathbf{3^3 \cdot 11^2}$

c) $\text{NWD}(30!, 38^3) = \mathbf{2^3 \cdot 19}$

d) $\text{NWD}(30!, 35^3) = \mathbf{5^3 \cdot 7^3 = 35^3}$

4. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^3}\right)^{a^{a^3}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 5, \quad n = \mathbf{128}$

b) $a = 3, \quad n = \mathbf{30}$

c) $a = 4, \quad n = \mathbf{67}$

d) $a = 2, \quad n = \mathbf{11}$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest kwadratem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}, \quad k = \mathbf{2}$

b) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}, \quad k = \mathbf{1}$

c) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}, \quad k = \mathbf{10}$

d) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}, \quad k = \mathbf{5}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest piątą potęgą liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}, \quad k = \mathbf{2^4 \cdot 5^3 = 2000}$

b) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}, \quad k = \mathbf{5}$

c) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}, \quad k = \mathbf{2^3 \cdot 5 = 40}$

d) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}, \quad k = \mathbf{2 \cdot 5^3 = 250}$

7. Wskazać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{3/2}$

b) $x = \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{-4}$

c) $x = \frac{1}{4-2\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{-1/2}$

d) $x = \frac{1}{8-5\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{5/11}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 31, \quad k = \mathbf{2^5 = 32}$

b) $n = 2^7 \cdot 17, \quad k = \mathbf{17}$

c) $n = 2^5 \cdot 7, \quad k = \mathbf{2^3 = 8}$

d) $n = 2^3 \cdot 5, \quad k = \mathbf{5}$

9. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $35^{11} + 6^{11}, \quad \mathbf{41}$

b) $67^{26} - 4^{26}, \quad \mathbf{71}$

c) $63^{11} - 2^{11}, \quad \mathbf{61}$

d) $55^{26} - 7^{26}, \quad \mathbf{31}$

10. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{62}{26} = 3n$, $\binom{62}{27} = 4n$, $\binom{62}{28} = 5n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n .

a) $\binom{63}{27} = 7n$

b) $\binom{63}{36} = 7n$

c) $\binom{64}{28} = 16n$

d) $\binom{63}{28} = 9n$

11. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym a_1, a_2, \dots, a_n o sumie 330, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 33$, $w = 10$

b) $n = 11$, $w = 30$

c) $n = 3$, $w = 110$

d) $n = 30$, $w = \mathbf{NIE}$

12. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^4 n^5 = k$.

a) $k = 5^{18} \cdot 17^{19}$, $m = 5^2 \cdot 17$, $n = 5^2 \cdot 17^3$

b) $k = 7^{27} \cdot 19^{31}$, $m = 7^3 \cdot 19^4$, $n = 7^3 \cdot 19^3$

c) $k = 2^{10} \cdot 11^{12}$, $m = 11^3$, $n = 2^2 = 4$

d) $k = 3^{13} \cdot 13^{14}$, $m = 3^2 \cdot 13$, $n = 3 \cdot 13^2$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000008, 3600) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $\text{NWD}(100000048, 3600) = 2^4 = 16$

c) $\text{NWD}(100000032, 3600) = 2^4 \cdot 3 = 48$

d) $\text{NWD}(100000036, 3600) = 2^2 = 4$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100000125, 3600) = 3^2 \cdot 5^2 = 225$

b) $\text{NWD}(100000005, 3600) = 3 \cdot 5 = 15$

c) $\text{NWD}(100000065, 3600) = 3 \cdot 5 = 15$

d) $\text{NWD}(100000050, 3600) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(30!, 38^3) = 2^3 \cdot 19$

b) $\text{NWD}(30!, 33^3) = 3^3 \cdot 11^2$

c) $\text{NWD}(30!, 35^3) = 5^3 \cdot 7^3 = 35^3$

d) $\text{NWD}(30!, 31^3) = 1$

4. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę naturalną n , aby zachodziła równość

$$\left(a^{a^3}\right)^{a^{a^3}} = a^{a^n}.$$

a) $a = 5, \quad n = \mathbf{128}$

b) $a = 4, \quad n = \mathbf{67}$

c) $a = 2, \quad n = \mathbf{11}$

d) $a = 3, \quad n = \mathbf{30}$

5. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest kwadratem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}, \quad k = \mathbf{2}$

b) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}, \quad k = \mathbf{1}$

c) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}, \quad k = \mathbf{5}$

d) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}, \quad k = \mathbf{10}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest piątą potęgą liczby całkowitej.

a) $n = 2^{2016} \cdot 5^{7777}, \quad k = \mathbf{2^4 \cdot 5^3 = 2000}$

b) $n = 2^{2015} \cdot 5^{4444}, \quad k = \mathbf{5}$

c) $n = 2^{2017} \cdot 5^{9999}, \quad k = \mathbf{2^3 \cdot 5 = 40}$

d) $n = 2^{2014} \cdot 5^{2222}, \quad k = \mathbf{2 \cdot 5^3 = 250}$

7. Wskazać taką liczbę wymierną w , aby podana liczba x była wymierna.

a) $x = \frac{1}{8-5\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{5/11}$

b) $x = \frac{1}{5-3\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{3/2}$

c) $x = \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{-4}$

d) $x = \frac{1}{4-2\sqrt{3}} + w\sqrt{3}, \quad w = \mathbf{-1/2}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k , dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b , jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n , to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k .

a) $n = 2^9 \cdot 31, \quad k = \mathbf{2^5 = 32}$

b) $n = 2^7 \cdot 17, \quad k = \mathbf{17}$

c) $n = 2^5 \cdot 7, \quad k = \mathbf{2^3 = 8}$

d) $n = 2^3 \cdot 5, \quad k = \mathbf{5}$

9. Dla podanej liczby wskazać jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $67^{26} - 4^{26}, \quad \mathbf{71}$

b) $63^{11} - 2^{11}, \quad \mathbf{61}$

c) $35^{11} + 6^{11}, \quad \mathbf{41}$

d) $55^{26} - 7^{26}, \quad \mathbf{31}$

10. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{62}{26} = 3n$, $\binom{62}{27} = 4n$, $\binom{62}{28} = 5n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n .

a) $\binom{63}{28} = \mathbf{9n}$

b) $\binom{63}{27} = \mathbf{7n}$

c) $\binom{63}{36} = \mathbf{7n}$

d) $\binom{64}{28} = \mathbf{16n}$

11. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym a_1, a_2, \dots, a_n o sumie 330, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w .

Dla podanej liczby n podać liczbę w , dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 33$, $w = \mathbf{10}$

b) $n = 30$, $w = \mathbf{NIE}$

c) $n = 3$, $w = \mathbf{110}$

d) $n = 11$, $w = \mathbf{30}$

12. Dla danej liczby k podać takie liczby naturalne m, n , że $m^4 n^5 = k$.

a) $k = 7^{27} \cdot 19^{31}$, $m = \mathbf{7^3 \cdot 19^4}$, $n = \mathbf{7^3 \cdot 19^3}$

b) $k = 5^{18} \cdot 17^{19}$, $m = \mathbf{5^2 \cdot 17}$, $n = \mathbf{5^2 \cdot 17^3}$

c) $k = 3^{13} \cdot 13^{14}$, $m = \mathbf{3^2 \cdot 13}$, $n = \mathbf{3 \cdot 13^2}$

d) $k = 2^{10} \cdot 11^{12}$, $m = \mathbf{11^3}$, $n = \mathbf{2^2 = 4}$