W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(1400000004^2, 30^3) =$ ....

b) $\mathrm{NWD}(1400000006^2, 30^3) =$ ....

c) $\mathrm{NWD}(1400000015^2, 30^3) =$ ....

d) $\mathrm{NWD}(1400000075^2, 30^3) =$ ....

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(50!, 75!) =$ ....

b) $\mathrm{NWD}(40!, 50!) =$ ....

c) $\mathrm{NWD}(36!, 66!) =$ ....

d) $\mathrm{NWD}(30!, 33!) =$ ....

3. Podać najmniejszą wspólną wielokrotność.

a) $\mathrm{NWW}(36!, 66!) =$ ....

b) $\mathrm{NWW}(30!, 33!) =$ ....

c) $\mathrm{NWW}(50!, 75!) =$ ....

d) $\mathrm{NWW}(40!, 50!) =$ ....

4. Wskazać taką liczbę wymierną w, aby podana liczba x była wymierna.

a) $x=\dfrac{1}{7+5\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=$ ....

b) $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=$ ....

c) $x=\dfrac{1}{4+3\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=$ ....

d) $x=\dfrac{1}{5+4\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=$ ....

5. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1,a_2,\ldots,a_n$ o sumie n^3, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanej liczby n podać liczbę w, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n=3,\quad w=$ ....

b) $n=5,\quad w=$ ....

c) $n=4,\quad w=$ ....

d) $n=9,\quad w=$ ....

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n=2^{2017}\cdot 5^{5019},\quad k=$ ....

b) $n=2^{2016}\cdot 5^{5017},\quad k=$ ....

c) $n=2^{2014}\cdot 5^{5012},\quad k=$ ....

d) $n=2^{2015}\cdot 5^{5014},\quad k=$ ....

7. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 25^k.

a) $n=16000000000000015^{11}$, $k=$ ....

b) $n=16000000000000020^{12}$, $k=$ ....

c) $n=16000000000000250^{30}$, $k=$ ....

d) $n=16000000000000075^{25}$, $k=$ ....

8. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 32^k.

a) $n=16000000000000055^{30}$, $k=$ ....

b) $n=16000000000000048^{25}$, $k=$ ....

c) $n=16000000000000020^{12}$, $k=$ ....

d) $n=16000000000000006^{11}$, $k=$ ....

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k, dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b, jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n, to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k.

a) $n=2^9\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=$ ....

b) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^3$, $k=$ ....

c) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^2$, $k=$ ....

d) $n=2^8\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=$ ....

10. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $71^{34}-10^{34}$, ...

b) $73^{34}-10^{34}$, ...

c) $37^{34}-2^{34}$, ...

d) $55^{34}-6^{34}$, ...

11. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{19}{4}=n$, $\binom{19}{5}=3n$, $\binom{19}{6}=7n$, $\binom{19}{7}=13n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n.

a) $\binom{20}{15}=$ ....

b) $\binom{20}{5}=$ ....

c) $\binom{20}{6}=$ ....

d) $\binom{20}{7}=$ ....

12. To samo polecenie, co w poprzednim zadaniu.

a) $\binom{21}{7}=$ ....

b) $\binom{21}{14}=$ ....

c) $\binom{22}{7}=$ ....

d) $\binom{21}{6}=$ ....