W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(1400000004^2, 30^3) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$

b) $\mathrm{NWD}(1400000006^2, 30^3) = \mathbf{2^2 = 4}$

c) $\mathrm{NWD}(1400000015^2, 30^3) = \mathbf{5^2 = 25}$

d) $\mathrm{NWD}(1400000075^2, 30^3) = \mathbf{5^3 = 125}$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(50!, 75!) = \mathbf{50}!$

b) $\mathrm{NWD}(40!, 50!) = \mathbf{40}!$

c) $\mathrm{NWD}(36!, 66!) = \mathbf{36}!$

d) $\mathrm{NWD}(30!, 33!) = \mathbf{30}!$

3. Podać najmniejszą wspólną wielokrotność.

a) $\mathrm{NWW}(36!, 66!) = \mathbf{66}!$

b) $\mathrm{NWW}(30!, 33!) = \mathbf{33}!$

c) $\mathrm{NWW}(50!, 75!) = \mathbf{75}!$

d) $\mathrm{NWW}(40!, 50!) = \mathbf{50}!$

4. Wskazać taką liczbę wymierną w, aby podana liczba x była wymierna.

a) $x=\dfrac{1}{7+5\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{-5}$

b) $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{2}$

c) $x=\dfrac{1}{4+3\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{-3/2}$

d) $x=\dfrac{1}{5+4\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{-4/7}$

5. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1,a_2,\dots,a_n$ o sumie n^3, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanej liczby n podać liczbę w, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n=3$, $w=\mathbf{9}$

b) $n=5$, $w=\mathbf{25}$

c) $n=4$, $w=$ **NIE**

d) $n=9$, $w=\mathbf{81}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n=2^{2017}\cdot 5^{5019}$, $k=\mathbf{4}$

b) $n=2^{2016}\cdot 5^{5017}$, $k=\mathbf{25}$

c) $n=2^{2014}\cdot 5^{5012}$, $k=\mathbf{20}$

d) $n=2^{2015}\cdot 5^{5014}$, $k=\mathbf{50}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 25^k.

a) $n=16000000000000015^{11}$, $k=\mathbf{5}$

b) $n=16000000000000020^{12}$, $k=\mathbf{6}$

c) $n=16000000000000250^{30}$, $k=\mathbf{45}$

d) $n=16000000000000075^{25}$, $k=\mathbf{25}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 32^k.

a) $n=16000000000000055^{30}$, $k=\mathbf{0}$

b) $n=16000000000000048^{25}$, $k=\mathbf{20}$

c) $n=16000000000000020^{12}$, $k=\mathbf{4}$

d) $n=16000000000000006^{11}$, $k=\mathbf{2}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k, dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b, jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n, to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k.

a) $n=2^9\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=\mathbf{2^5=32}$

b) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^3$, $k=\mathbf{5^2=25}$

c) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^2$, $k=\mathbf{2^4=16}$

d) $n=2^8\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=\mathbf{3^3=27}$

10. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $71^{34}-10^{34}$, **61**

b) $73^{34}-10^{34}$, **83**

c) $37^{34}-2^{34}$, **13**

d) $55^{34}-6^{34}$, **61**

11. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{19}{4}=n$, $\binom{19}{5}=3n$, $\binom{19}{6}=7n$, $\binom{19}{7}=13n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n.

a) $\binom{20}{15}=\mathbf{4n}$

b) $\binom{20}{5}=\mathbf{4n}$

c) $\binom{20}{6}=\mathbf{10n}$

d) $\binom{20}{7}=\mathbf{20n}$

12. To samo polecenie, co w poprzednim zadaniu.

a) $\binom{21}{7}=\mathbf{30n}$

b) $\binom{21}{14}=\mathbf{30n}$

c) $\binom{22}{7}=\mathbf{44n}$

d) $\binom{21}{6}=\mathbf{14n}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(1400000015^2, 30^3) = \mathbf{5^2 = 25}$

b) $\mathrm{NWD}(1400000006^2, 30^3) = \mathbf{2^2 = 4}$

c) $\mathrm{NWD}(1400000004^2, 30^3) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$

d) $\mathrm{NWD}(1400000075^2, 30^3) = \mathbf{5^3 = 125}$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(30!, 33!) = \mathbf{30}!$

b) $\mathrm{NWD}(36!, 66!) = \mathbf{36}!$

c) $\mathrm{NWD}(50!, 75!) = \mathbf{50}!$

d) $\mathrm{NWD}(40!, 50!) = \mathbf{40}!$

3. Podać najmniejszą wspólną wielokrotność.

a) $\mathrm{NWW}(50!, 75!) = \mathbf{75}!$

b) $\mathrm{NWW}(36!, 66!) = \mathbf{66}!$

c) $\mathrm{NWW}(30!, 33!) = \mathbf{33}!$

d) $\mathrm{NWW}(40!, 50!) = \mathbf{50}!$

4. Wskazać taką liczbę wymierną w, aby podana liczba x była wymierna.

a) $x=\dfrac{1}{7+5\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{-5}$

b) $x=\dfrac{1}{5+4\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{-4/7}$

c) $x=\dfrac{1}{4+3\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{-3/2}$

d) $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+w\sqrt{2}$, $w=\mathbf{2}$

5. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1,a_2,\ldots,a_n$ o sumie n^3, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanej liczby n podać liczbę w, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n=9$, $w=\mathbf{81}$

b) $n=5$, $w=\mathbf{25}$

c) $n=4$, $w=$ **NIE**

d) $n=3$, $w=\mathbf{9}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n=2^{2016}\cdot 5^{5017}$, $k=\mathbf{25}$

b) $n=2^{2015}\cdot 5^{5014}$, $k=\mathbf{50}$

c) $n=2^{2017}\cdot 5^{5019}$, $k=\mathbf{4}$

d) $n=2^{2014}\cdot 5^{5012}$, $k=\mathbf{20}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 25^k.

a) $n = 1600000000000015^{11}$, $k = \mathbf{5}$

b) $n = 1600000000000020^{12}$, $k = \mathbf{6}$

c) $n = 1600000000000075^{25}$, $k = \mathbf{25}$

d) $n = 1600000000000250^{30}$, $k = \mathbf{45}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 32^k.

a) $n = 1600000000000006^{11}$, $k = \mathbf{2}$

b) $n = 1600000000000048^{25}$, $k = \mathbf{20}$

c) $n = 1600000000000020^{12}$, $k = \mathbf{4}$

d) $n = 1600000000000055^{30}$, $k = \mathbf{0}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k, dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b, jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n, to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k.

a) $n = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^3$, $k = \mathbf{5^2 = 25}$

b) $n = 2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^3$, $k = \mathbf{3^3 = 27}$

c) $n = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$, $k = \mathbf{2^4 = 16}$

d) $n = 2^9 \cdot 3^5 \cdot 5^3$, $k = \mathbf{2^5 = 32}$

10. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $55^{34}-6^{34}$, **61**

b) $71^{34}-10^{34}$, **61**

c) $73^{34}-10^{34}$, **83**

d) $37^{34}-2^{34}$, **13**

11. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{19}{4}=n$, $\binom{19}{5}=3n$, $\binom{19}{6}=7n$, $\binom{19}{7}=13n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n.

a) $\binom{20}{7}=\mathbf{20n}$

b) $\binom{20}{15}=\mathbf{4n}$

c) $\binom{20}{6}=\mathbf{10n}$

d) $\binom{20}{5}=\mathbf{4n}$

12. To samo polecenie, co w poprzednim zadaniu.

a) $\binom{21}{7}=\mathbf{30n}$

b) $\binom{21}{14}=\mathbf{30n}$

c) $\binom{21}{6}=\mathbf{14n}$

d) $\binom{22}{7}=\mathbf{44n}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(1400000015^2, 30^3) = \mathbf{5^2 = 25}$

b) $\mathrm{NWD}(1400000004^2, 30^3) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$

c) $\mathrm{NWD}(1400000075^2, 30^3) = \mathbf{5^3 = 125}$

d) $\mathrm{NWD}(1400000006^2, 30^3) = \mathbf{2^2 = 4}$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\mathrm{NWD}(50!, 75!) = \mathbf{50}!$

b) $\mathrm{NWD}(36!, 66!) = \mathbf{36}!$

c) $\mathrm{NWD}(30!, 33!) = \mathbf{30}!$

d) $\mathrm{NWD}(40!, 50!) = \mathbf{40}!$

3. Podać najmniejszą wspólną wielokrotność.

a) $\mathrm{NWW}(30!, 33!) = \mathbf{33}!$

b) $\mathrm{NWW}(36!, 66!) = \mathbf{66}!$

c) $\mathrm{NWW}(50!, 75!) = \mathbf{75}!$

d) $\mathrm{NWW}(40!, 50!) = \mathbf{50}!$

4. Wskazać taką liczbę wymierną w, aby podana liczba x była wymierna.

a) $x=\dfrac{1}{7+5\sqrt{2}}+w\sqrt{2}, \quad w=\mathbf{-5}$

b) $x=\dfrac{1}{4+3\sqrt{2}}+w\sqrt{2}, \quad w=\mathbf{-3/2}$

c) $x=\dfrac{1}{5+4\sqrt{2}}+w\sqrt{2}, \quad w=\mathbf{-4/7}$

d) $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+w\sqrt{2}, \quad w=\mathbf{2}$

5. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1,a_2,\ldots,a_n$ o sumie n^3, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanej liczby n podać liczbę w, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n=4, \quad w=$ **NIE**

b) $n=3, \quad w=\mathbf{9}$

c) $n=9, \quad w=\mathbf{81}$

d) $n=5, \quad w=\mathbf{25}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n=2^{2016}\cdot 5^{5017}, \quad k=\mathbf{25}$

b) $n=2^{2015}\cdot 5^{5014}, \quad k=\mathbf{50}$

c) $n=2^{2017}\cdot 5^{5019}, \quad k=\mathbf{4}$

d) $n=2^{2014}\cdot 5^{5012}, \quad k=\mathbf{20}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 25^k.

a) $n=16000000000000020^{12}$, $k=\mathbf{6}$

b) $n=16000000000000075^{25}$, $k=\mathbf{25}$

c) $n=16000000000000015^{11}$, $k=\mathbf{5}$

d) $n=16000000000000250^{30}$, $k=\mathbf{45}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 32^k.

a) $n=16000000000000055^{30}$, $k=\mathbf{0}$

b) $n=16000000000000048^{25}$, $k=\mathbf{20}$

c) $n=16000000000000020^{12}$, $k=\mathbf{4}$

d) $n=16000000000000006^{11}$, $k=\mathbf{2}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k, dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b, jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n, to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k.

a) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^3$, $k=\mathbf{5^2=25}$

b) $n=2^9\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=\mathbf{2^5=32}$

c) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^2$, $k=\mathbf{2^4=16}$

d) $n=2^8\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=\mathbf{3^3=27}$

10. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $37^{34}-2^{34}$, **13**

b) $71^{34}-10^{34}$, **61**

c) $73^{34}-10^{34}$, **83**

d) $55^{34}-6^{34}$, **61**

11. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{19}{4}=n$, $\binom{19}{5}=3n$, $\binom{19}{6}=7n$, $\binom{19}{7}=13n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n.

a) $\binom{20}{15}=\mathbf{4n}$

b) $\binom{20}{6}=\mathbf{10n}$

c) $\binom{20}{5}=\mathbf{4n}$

d) $\binom{20}{7}=\mathbf{20n}$

12. To samo polecenie, co w poprzednim zadaniu.

a) $\binom{21}{14}=\mathbf{30n}$

b) $\binom{22}{7}=\mathbf{44n}$

c) $\binom{21}{6}=\mathbf{14n}$

d) $\binom{21}{7}=\mathbf{30n}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(1400000004^2, 30^3) = \mathbf{2^3 \cdot 3^3 = 216}$

b) $\text{NWD}(1400000075^2, 30^3) = \mathbf{5^3 = 125}$

c) $\text{NWD}(1400000006^2, 30^3) = \mathbf{2^2 = 4}$

d) $\text{NWD}(1400000015^2, 30^3) = \mathbf{5^2 = 25}$

2. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(50!, 75!) = \mathbf{50}!$

b) $\text{NWD}(30!, 33!) = \mathbf{30}!$

c) $\text{NWD}(40!, 50!) = \mathbf{40}!$

d) $\text{NWD}(36!, 66!) = \mathbf{36}!$

3. Podać najmniejszą wspólną wielokrotność.

a) $\text{NWW}(50!, 75!) = \mathbf{75}!$

b) $\text{NWW}(36!, 66!) = \mathbf{66}!$

c) $\text{NWW}(40!, 50!) = \mathbf{50}!$

d) $\text{NWW}(30!, 33!) = \mathbf{33}!$

4. Wskazać taką liczbę wymierną w, aby podana liczba x była wymierna.

a) $x=\dfrac{1}{7+5\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=\mathbf{-5}$

b) $x=\dfrac{1}{5+4\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=\mathbf{-4/7}$

c) $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=\mathbf{2}$

d) $x=\dfrac{1}{4+3\sqrt{2}}+w\sqrt{2},\quad w=\mathbf{-3/2}$

5. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1,a_2,\dots,a_n$ o sumie n^3, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanej liczby n podać liczbę w, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n=4,\quad w=$ **NIE**

b) $n=3,\quad w=\mathbf{9}$

c) $n=5,\quad w=\mathbf{25}$

d) $n=9,\quad w=\mathbf{81}$

6. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k taką, że liczba nk jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n=2^{2016}\cdot 5^{5017},\quad k=\mathbf{25}$

b) $n=2^{2015}\cdot 5^{5014},\quad k=\mathbf{50}$

c) $n=2^{2017}\cdot 5^{5019},\quad k=\mathbf{4}$

d) $n=2^{2014}\cdot 5^{5012},\quad k=\mathbf{20}$

7. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 25^k.

a) $n=16000000000000250^{30}$, $k=\mathbf{45}$

b) $n=16000000000000020^{12}$, $k=\mathbf{6}$

c) $n=16000000000000075^{25}$, $k=\mathbf{25}$

d) $n=16000000000000015^{11}$, $k=\mathbf{5}$

8. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k, dla której liczba n jest podzielna przez 32^k.

a) $n=16000000000000055^{30}$, $k=\mathbf{0}$

b) $n=16000000000000048^{25}$, $k=\mathbf{20}$

c) $n=16000000000000020^{12}$, $k=\mathbf{4}$

d) $n=16000000000000006^{11}$, $k=\mathbf{2}$

9. Dla podanej liczby naturalnej n podać największą liczbę naturalną k, dla której prawdziwe jest następujące zdanie: Dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich a, b, jeżeli iloczyn ab jest podzielny przez n, to co najmniej jeden z czynników a, b jest podzielny przez k.

a) $n=2^9\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=\mathbf{2^5=32}$

b) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^2$, $k=\mathbf{2^4=16}$

c) $n=2^8\cdot 3^4\cdot 5^3$, $k=\mathbf{5^2=25}$

d) $n=2^8\cdot 3^5\cdot 5^3$, $k=\mathbf{3^3=27}$

10. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $55^{34}-6^{34}$, **61**

b) $37^{34}-2^{34}$, **13**

c) $71^{34}-10^{34}$, **61**

d) $73^{34}-10^{34}$, **83**

11. Wiedząc, że dla odpowiednio dobranej liczby naturalnej n zachodzą równości $\binom{19}{4}=n$, $\binom{19}{5}=3n$, $\binom{19}{6}=7n$, $\binom{19}{7}=13n$, podać wartość współczynnika dwumianowego jako wielokrotność liczby n.

a) $\binom{20}{15}=\mathbf{4n}$

b) $\binom{20}{7}=\mathbf{20n}$

c) $\binom{20}{5}=\mathbf{4n}$

d) $\binom{20}{6}=\mathbf{10n}$

12. To samo polecenie, co w poprzednim zadaniu.

a) $\binom{22}{7}=\mathbf{44n}$

b) $\binom{21}{14}=\mathbf{30n}$

c) $\binom{21}{7}=\mathbf{30n}$

d) $\binom{21}{6}=\mathbf{14n}$