

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $125^k$ .

- a)  $n = 37373700000000000000000015^{15}$ ,  $k = \mathbf{5}$
- b)  $n = 37373700000000000000000025^{25}$ ,  $k = \mathbf{16}$
- c)  $n = 37373700000000000000000032^{32}$ ,  $k = \mathbf{0}$
- d)  $n = 373737000000000000000000250^{250}$ ,  $k = \mathbf{250}$

**2.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $128^k$ .

- a)  $n = 37373700000000000000000024^{24}$ ,  $k = \mathbf{10}$
- b)  $n = 37373700000000000000000020^{20}$ ,  $k = \mathbf{5}$
- c)  $n = 37373700000000000000000010^{10}$ ,  $k = \mathbf{1}$
- d)  $n = 37373700000000000000000006^6$ ,  $k = \mathbf{0}$

**3.** Zapisać wartość podanego iloczynu logarytmów w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

- a)  $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27 = \mathbf{3/2}$
- b)  $\log_2 3 \cdot \log_{27} 32 = \mathbf{5/3}$
- c)  $\log_8 25 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{14/9}$
- d)  $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = \mathbf{7/6}$

4. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $39^{202} - 10^{202}$ , **29**

b)  $37^{101} - 6^{101}$ , **31**

c)  $37^{101} + 6^{101}$ , **43**

d)  $37^{202} - 10^{202}$ , **47**

5. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $3^{606} - 5^{404}$ , **13**

b)  $2^{1010} - 3^{606}$ , **59**

c)  $2^{1010} - 5^{404}$ , **19**

d)  $7^{202} - 2^{505}$ , **17**

6. Dla podanej liczby  $a$  wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią  $b$ , aby spełniona była równość  $1 + \log_{10}a + \log_{10}b = \log_{10}(3a^2 + 3b^2)$ .

a)  $a = 4$ ,  $b = \mathbf{12}$  lub  $b = \mathbf{4/3}$

b)  $a = 3$ ,  $b = \mathbf{9}$  lub  $b = \mathbf{1}$

c)  $a = 1$ ,  $b = \mathbf{3}$  lub  $b = \mathbf{1/3}$

d)  $a = 2$ ,  $b = \mathbf{6}$  lub  $b = \mathbf{2/3}$

7. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$

b)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$

c)  $\alpha = 160^\circ$ ,  $\beta = 10^\circ$

d)  $\alpha = 100^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$

8. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 300^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$

b)  $\alpha = 270^\circ$ ,  $\beta = 135^\circ$

c)  $\alpha = 240^\circ$ ,  $\beta = 150^\circ$

d)  $\alpha = 200^\circ$ ,  $\beta = 170^\circ$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\log_2\log_2\log_2\log_2x < 1$ ,  $(4, 2^{16})$

b)  $\log_2\log_2x < 1$ ,  $(1, 4)$

c)  $\log_2x < 1$ ,  $(0, 2)$

d)  $\log_2\log_2\log_2x < 1$ ,  $(2, 16)$

**10.** Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(x^2 - 4) \cdot (x^3 - 8) \cdot (x - 64) > 0, \quad (-\infty, -2) \cup (64, +\infty)$

b)  $(x - 4) \cdot (x - 8) \cdot (x^3 - 64) > 0, \quad (8, +\infty)$

c)  $(x - 4) \cdot (x - 8) \cdot (x - 64) > 0, \quad (4, 8) \cup (64, +\infty)$

d)  $(x - 4) \cdot (x - 8) \cdot (x^2 - 64) > 0, \quad (-\infty, -8) \cup (4, 8) \cup (8, +\infty)$

**11.** Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $-1 < \log_4 x < -\frac{1}{4} \quad (1/4, 1/\sqrt{2})$

b)  $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{1}{2} \quad (1/2, 2)$

c)  $-3 < \log_4 x < 2 \quad (1/64, 16)$

d)  $\frac{1}{4} < \log_4 x < \frac{1}{2} \quad (\sqrt{2}, 2)$

**12.** Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $-3 < \log_x 4 < 2 \quad (0, 1/\sqrt[3]{4}) \cup (2, +\infty)$

b)  $\frac{1}{4} < \log_x 4 < \frac{1}{2} \quad (16, 256)$

c)  $-1 < \log_x 4 < -\frac{1}{4} \quad (1/256, 1/4)$

d)  $-\frac{1}{2} < \log_x 4 < \frac{1}{2} \quad (0, 1/16) \cup (16, +\infty)$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $125^k$ .

a)  $n = 373737000000000000000032^{32}$ ,  $k = 0$

b)  $n = 373737000000000000000025^{25}$ ,  $k = 16$

c)  $n = 373737000000000000000015^{15}$ ,  $k = 5$

d)  $n = 3737370000000000000000250^{250}$ ,  $k = 250$

**2.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $128^k$ .

a)  $n = 373737000000000000000006^6$ ,  $k = 0$

b)  $n = 373737000000000000000010^{10}$ ,  $k = 1$

c)  $n = 373737000000000000000024^{24}$ ,  $k = 10$

d)  $n = 373737000000000000000020^{20}$ ,  $k = 5$

**3.** Zapisać wartość podanego iloczynu logarytmów w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

a)  $\log_8 25 \cdot \log_{125} 128 = 14/9$

b)  $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27 = 3/2$

c)  $\log_2 3 \cdot \log_{27} 32 = 5/3$

d)  $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = 7/6$

4. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $39^{202} - 10^{202}$ ,    **29**

b)  $37^{202} - 10^{202}$ ,    **47**

c)  $37^{101} + 6^{101}$ ,    **43**

d)  $37^{101} - 6^{101}$ ,    **31**

5. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $7^{202} - 2^{505}$ ,    **17**

b)  $2^{1010} - 3^{606}$ ,    **59**

c)  $2^{1010} - 5^{404}$ ,    **19**

d)  $3^{606} - 5^{404}$ ,    **13**

6. Dla podanej liczby  $a$  wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią  $b$ , aby spełniona była równość  $1 + \log_{10}a + \log_{10}b = \log_{10}(3a^2 + 3b^2)$ .

a)  $a = 3$ ,     $b = \mathbf{9}$     lub     $b = \mathbf{1}$

b)  $a = 2$ ,     $b = \mathbf{6}$     lub     $b = \mathbf{2/3}$

c)  $a = 4$ ,     $b = \mathbf{12}$     lub     $b = \mathbf{4/3}$

d)  $a = 1$ ,     $b = \mathbf{3}$     lub     $b = \mathbf{1/3}$

7. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 20^\circ, \beta = 80^\circ$

b)  $\alpha = 60^\circ, \beta = 60^\circ$

c)  $\alpha = 100^\circ, \beta = 40^\circ$

d)  $\alpha = 160^\circ, \beta = 10^\circ$

8. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 200^\circ, \beta = 170^\circ$

b)  $\alpha = 270^\circ, \beta = 135^\circ$

c)  $\alpha = 240^\circ, \beta = 150^\circ$

d)  $\alpha = 300^\circ, \beta = 120^\circ$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\log_2 \log_2 x < 1, \quad (1, 4)$

b)  $\log_2 \log_2 \log_2 x < 1, \quad (2, 16)$

c)  $\log_2 x < 1, \quad (0, 2)$

d)  $\log_2 \log_2 \log_2 \log_2 x < 1, \quad (4, 2^{16})$

**10.** Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x^2-64) > 0, \quad (-\infty, -8) \cup (4, 8) \cup (8, +\infty)$

b)  $(x^2-4) \cdot (x^3-8) \cdot (x-64) > 0, \quad (-\infty, -2) \cup (64, +\infty)$

c)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x^3-64) > 0, \quad (8, +\infty)$

d)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x-64) > 0, \quad (4, 8) \cup (64, +\infty)$

**11.** Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\frac{1}{4} < \log_4 x < \frac{1}{2} \quad (\sqrt{2}, 2)$

b)  $-1 < \log_4 x < -\frac{1}{4} \quad (1/4, 1/\sqrt{2})$

c)  $-3 < \log_4 x < 2 \quad (1/64, 16)$

d)  $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{1}{2} \quad (1/2, 2)$

**12.** Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $-3 < \log_x 4 < 2 \quad (0, 1/\sqrt[3]{4}) \cup (2, +\infty)$

b)  $\frac{1}{4} < \log_x 4 < \frac{1}{2} \quad (16, 256)$

c)  $-\frac{1}{2} < \log_x 4 < \frac{1}{2} \quad (0, 1/16) \cup (16, +\infty)$

d)  $-1 < \log_x 4 < -\frac{1}{4} \quad (1/256, 1/4)$



W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $125^k$ .

a)  $n = 373737000000000000000032^{32}$ ,  $k = 0$

b)  $n = 373737000000000000000015^{15}$ ,  $k = 5$

c)  $n = 3737370000000000000000250^{250}$ ,  $k = 250$

d)  $n = 373737000000000000000025^{25}$ ,  $k = 16$

**2.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $128^k$ .

a)  $n = 373737000000000000000024^{24}$ ,  $k = 10$

b)  $n = 373737000000000000000010^{10}$ ,  $k = 1$

c)  $n = 373737000000000000000006^6$ ,  $k = 0$

d)  $n = 373737000000000000000020^{20}$ ,  $k = 5$

**3.** Zapisać wartość podanego iloczynu logarytmów w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

a)  $\log_2 3 \cdot \log_{27} 32 = 5/3$

b)  $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27 = 3/2$

c)  $\log_8 25 \cdot \log_{125} 128 = 14/9$

d)  $\log_4 5 \cdot \log_{125} 128 = 7/6$

4. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $39^{202} - 10^{202}$ ,    **29**

b)  $37^{101} + 6^{101}$ ,    **43**

c)  $37^{202} - 10^{202}$ ,    **47**

d)  $37^{101} - 6^{101}$ ,    **31**

5. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $2^{1010} - 5^{404}$ ,    **19**

b)  $3^{606} - 5^{404}$ ,    **13**

c)  $7^{202} - 2^{505}$ ,    **17**

d)  $2^{1010} - 3^{606}$ ,    **59**

6. Dla podanej liczby  $a$  wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią  $b$ , aby spełniona była równość  $1 + \log_{10}a + \log_{10}b = \log_{10}(3a^2 + 3b^2)$ .

a)  $a = 3$ ,     $b = 9$     lub     $b = 1$

b)  $a = 2$ ,     $b = 6$     lub     $b = 2/3$

c)  $a = 4$ ,     $b = 12$     lub     $b = 4/3$

d)  $a = 1$ ,     $b = 3$     lub     $b = 1/3$

7. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{60^\circ}$

b)  $\alpha = 100^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{40^\circ}$

c)  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{80^\circ}$

d)  $\alpha = 160^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{10^\circ}$

8. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 300^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{120^\circ}$

b)  $\alpha = 270^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{135^\circ}$

c)  $\alpha = 240^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{150^\circ}$

d)  $\alpha = 200^\circ$ ,  $\beta = \mathbf{170^\circ}$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\log_2\log_2x < 1$ ,  $(\mathbf{1, 4})$

b)  $\log_2\log_2\log_2\log_2x < 1$ ,  $(\mathbf{4, 2^{16}})$

c)  $\log_2x < 1$ ,  $(\mathbf{0, 2})$

d)  $\log_2\log_2\log_2x < 1$ ,  $(\mathbf{2, 16})$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x-64) > 0$ ,  $(4, 8) \cup (64, +\infty)$

b)  $(x^2-4) \cdot (x^3-8) \cdot (x-64) > 0$ ,  $(-\infty, -2) \cup (64, +\infty)$

c)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x^3-64) > 0$ ,  $(8, +\infty)$

d)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x^2-64) > 0$ ,  $(-\infty, -8) \cup (4, 8) \cup (8, +\infty)$

11. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $-1 < \log_4 x < -\frac{1}{4}$   $(1/4, 1/\sqrt{2})$

b)  $-3 < \log_4 x < 2$   $(1/64, 16)$

c)  $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{1}{2}$   $(1/2, 2)$

d)  $\frac{1}{4} < \log_4 x < \frac{1}{2}$   $(\sqrt{2}, 2)$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\frac{1}{4} < \log_x 4 < \frac{1}{2}$   $(16, 256)$

b)  $-1 < \log_x 4 < -\frac{1}{4}$   $(1/256, 1/4)$

c)  $-\frac{1}{2} < \log_x 4 < \frac{1}{2}$   $(0, 1/16) \cup (16, +\infty)$

d)  $-3 < \log_x 4 < 2$   $(0, 1/\sqrt[3]{4}) \cup (2, +\infty)$



4. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $39^{202} - 10^{202}$ ,    **29**

b)  $37^{202} - 10^{202}$ ,    **47**

c)  $37^{101} - 6^{101}$ ,    **31**

d)  $37^{101} + 6^{101}$ ,    **43**

5. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $2^{1010} - 5^{404}$ ,    **19**

b)  $3^{606} - 5^{404}$ ,    **13**

c)  $2^{1010} - 3^{606}$ ,    **59**

d)  $7^{202} - 2^{505}$ ,    **17**

6. Dla podanej liczby  $a$  wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią  $b$ , aby spełniona była równość  $1 + \log_{10} a + \log_{10} b = \log_{10}(3a^2 + 3b^2)$ .

a)  $a = 3$ ,     $b = \mathbf{9}$     lub     $b = \mathbf{1}$

b)  $a = 2$ ,     $b = \mathbf{6}$     lub     $b = \mathbf{2/3}$

c)  $a = 4$ ,     $b = \mathbf{12}$     lub     $b = \mathbf{4/3}$

d)  $a = 1$ ,     $b = \mathbf{3}$     lub     $b = \mathbf{1/3}$

7. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 160^\circ, \beta = 10^\circ$

b)  $\alpha = 60^\circ, \beta = 60^\circ$

c)  $\alpha = 100^\circ, \beta = 40^\circ$

d)  $\alpha = 20^\circ, \beta = 80^\circ$

8. Dla podanego kąta  $\alpha$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\beta$  (w stopniach) spełniającą równanie  $\sin\beta = \sin(\alpha + \beta)$ .

a)  $\alpha = 300^\circ, \beta = 120^\circ$

b)  $\alpha = 270^\circ, \beta = 135^\circ$

c)  $\alpha = 240^\circ, \beta = 150^\circ$

d)  $\alpha = 200^\circ, \beta = 170^\circ$

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\log_2\log_2\log_2\log_2x < 1, \quad (4, 2^{16})$

b)  $\log_2x < 1, \quad (0, 2)$

c)  $\log_2\log_2x < 1, \quad (1, 4)$

d)  $\log_2\log_2\log_2x < 1, \quad (2, 16)$

**10.** Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x^2-64) > 0, \quad (-\infty, -8) \cup (4, 8) \cup (8, +\infty)$

b)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x-64) > 0, \quad (4, 8) \cup (64, +\infty)$

c)  $(x^2-4) \cdot (x^3-8) \cdot (x-64) > 0, \quad (-\infty, -2) \cup (64, +\infty)$

d)  $(x-4) \cdot (x-8) \cdot (x^3-64) > 0, \quad (8, +\infty)$

**11.** Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $-1 < \log_4 x < -\frac{1}{4} \quad (1/4, 1/\sqrt{2})$

b)  $\frac{1}{4} < \log_4 x < \frac{1}{2} \quad (\sqrt{2}, 2)$

c)  $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{1}{2} \quad (1/2, 2)$

d)  $-3 < \log_4 x < 2 \quad (1/64, 16)$

**12.** Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $-1 < \log_x 4 < -\frac{1}{4} \quad (1/256, 1/4)$

b)  $\frac{1}{4} < \log_x 4 < \frac{1}{2} \quad (16, 256)$

c)  $-3 < \log_x 4 < 2 \quad (0, 1/\sqrt[3]{4}) \cup (2, +\infty)$

d)  $-\frac{1}{2} < \log_x 4 < \frac{1}{2} \quad (0, 1/16) \cup (16, +\infty)$