W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. W dowolnym postępie arytmetycznym n-wyrazowym $a_1,a_2,\ldots,a_n$ o sumie S, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w.

Dla podanych liczb n i w podać liczbę S, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli liczba S o żądanej własności nie istnieje.

a) $n=3,\ \ w=10,\qquad S=$ ....

b) $n=5,\ \ w=11,\qquad S=$ ....

c) $n=6,\ \ w=13,\qquad S=$ ....

d) $n=11,\ \ w=20,\qquad S=$ ....

2. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 x-5)^{2016}\cdot(\log_3 x-4)^{2016}>0,$ ....

b) $(\log_2 x-5)^{2016}\cdot(\log_3 x-4)^{2015}>0,$ ....

c) $(\log_2 x-5)^{2015}\cdot(\log_3 x-4)^{2016}>0,$ ....

d) $(\log_2 x-5)^{2015}\cdot(\log_3 x-4)^{2015}>0,$ ....

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 x+5)^{2015}\cdot(\log_3 x+4)^{2016}>0,$ ....

b) $(\log_2 x+5)^{2015}\cdot(\log_3 x+4)^{2015}>0,$ ....

c) $(\log_2 x+5)^{2016}\cdot(\log_3 x+4)^{2016}>0,$ ....

d) $(\log_2 x+5)^{2016}\cdot(\log_3 x+4)^{2015}>0,$ ....

4. Zapisać wartość podanego iloczynu logarytmów w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

a) $\log_{27}25 \cdot \log_{125}121 \cdot \log_{11}9 =$ ....

b) $\log_2 9 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 32 =$ ....

c) $\log_4 27 \cdot \log_9 7 \cdot \log_{49} 128 =$ ....

d) $\log_8 125 \cdot \log_{25} 49 \cdot \log_7 64 =$ ....

5. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $3^{404} - 2^{101}$, ...

b) $7^{202} - 6^{101}$, ...

c) $3^{404} + 2^{101}$, ...

d) $7^{202} + 6^{101}$, ...

6. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x.

a) $\left[\dfrac{1}{7-\sqrt{46}}\right] =$ ....

b) $\left[\dfrac{1}{6-\sqrt{34}}\right] =$ ....

c) $\left[\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}\right] =$ ....

d) $\left[\dfrac{1}{5-2\sqrt{6}}\right] =$ ....

7. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x.

a) $\left[\dfrac{1}{3-\sqrt{10}}\right]=$ ....

b) $\left[\dfrac{1}{6-\sqrt{37}}\right]=$ ....

c) $\left[\dfrac{1}{8-\sqrt{66}}\right]=$ ....

d) $\left[\dfrac{1}{7-5\sqrt{2}}\right]=$ ....

8. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin\alpha=\sin(n\cdot\alpha)$.

a) $n=5$, $\alpha=$ ....

b) $n=4$, $\alpha=$ ....

c) $n=3$, $\alpha=$ ....

d) $n=2$, $\alpha=$ ....

9. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin\alpha=\cos(n\cdot\alpha)$.

a) $n=17$, $\alpha=$ ....

b) $n=9$, $\alpha=$ ....

c) $n=8$, $\alpha=$ ....

d) $n=14$, $\alpha=$ ....

10. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $-\frac{5}{3} < \log_8 x < -\frac{2}{3}$ ....

b) $\frac{1}{2} < \log_8 x < \frac{3}{2}$ ....

c) $-\frac{1}{3} < \log_8 x < \frac{1}{3}$ ....

d) $-1 < \log_8 x < 2$ ....

11. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $-6 < \log_x 64 < -2$ ....

b) $-1 < \log_x 64 < 2$ ....

c) $-3 < \log_x 64 < 6$ ....

d) $1 < \log_x 64 < 3$ ....

12. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_2 \log_2 |x| < 1$, ...

b) $\log_2 \log_2 \log_2 |x| < 1$, ...

c) $\log_2 \log_2 \log_2 \log_2 |x| < 1$, ...

d) $\log_2 |x| < 1$, ...