

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

a) $\left[\frac{1}{3 - \sqrt{10}} \right] = \dots\dots\dots$

b) $\left[\frac{1}{6 - \sqrt{37}} \right] = \dots\dots\dots$

c) $\left[\frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} \right] = \dots\dots\dots$

d) $\left[\frac{1}{8 - \sqrt{66}} \right] = \dots\dots\dots$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin \alpha = \sin(n \cdot \alpha)$.

a) $n = 5, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

b) $n = 4, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

c) $n = 3, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

d) $n = 2, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

3. Dla podanej liczby n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin \alpha = \cos(n \cdot \alpha)$.

a) $n = 9, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

b) $n = 8, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

c) $n = 17, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

d) $n = 14, \quad \alpha = \dots\dots\dots$

4. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $-\frac{5}{3} < \log_8 x < -\frac{2}{3}$

b) $-\frac{1}{3} < \log_8 x < \frac{1}{3}$

c) $-1 < \log_8 x < 2$

d) $\frac{1}{2} < \log_8 x < \frac{3}{2}$

5. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $-1 < \log_x 64 < 2$

b) $1 < \log_x 64 < 3$

c) $-3 < \log_x 64 < 6$

d) $-6 < \log_x 64 < -2$

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_2 \log_2 \log_2 \log_2 |x| < 1$,

b) $\log_2 \log_2 \log_2 |x| < 1$,

c) $\log_2 |x| < 1$,

d) $\log_2 \log_2 |x| < 1$,

7. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $3^{27} - 1$,

b) $3^{81} - 1$,

c) $2^{125} - 1$,

d) $2^{25} - 1$,

8. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $2^{808} - 1$,

b) $3^{808} - 1$,

c) $3^{404} - 2^{606}$,

d) $3^{404} + 2^{404}$,

9. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\log_2 |\log_2 \log_2 x| < 1$,

b) $\log_2 \log_2 |\log_2 x| < 1$,

c) $\log_2 |\log_2 x| < 1$,

d) $\log_2 \log_2 \log_2 |\log_2 x| < 1$,

10. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią $m \neq n$ taką, że $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

a) $n = 32$, $m = \dots\dots\dots$

b) $n = 26$, $m = \dots\dots\dots$

c) $n = 24$, $m = \dots\dots\dots$

d) $n = 25$, $m = \dots\dots\dots$

11. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{16} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(4, 64)$, $\dots\dots\dots$

b) $(1/2, 2)$, $\dots\dots\dots$

c) $(4, 8)$, $\dots\dots\dots$

d) $(8, 32)$, $\dots\dots\dots$

12. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{32} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(4, 8)$, $\dots\dots\dots$

b) $(16, 64)$, $\dots\dots\dots$

c) $(4, 128)$, $\dots\dots\dots$

d) $(1/2, 2)$, $\dots\dots\dots$