

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Dla podanej liczby p podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego taką liczbę wymierną dodatnią a , że liczba a jest mniejsza od liczby a^2 o $p\%$.

a) $p = 40$, $a = \dots\dots\dots$

b) $p = 50$, $a = \dots\dots\dots$

c) $p = 60$, $a = \dots\dots\dots$

d) $p = 70$, $a = \dots\dots\dots$

2. Dla podanych a , b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a , b , c .

a) $a = 4$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

b) $a = 3$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

c) $a = 2$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

d) $a = 1$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

3. Dla podanych a , b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a , b , c .

a) $a = 2$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

b) $a = 1$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

c) $a = 4$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

d) $a = 3$, $b = 7$, $c \in \dots\dots\dots$

4. Dany jest 13-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{13}$. Dla podanych a , b i c podać taką liczbę $d \neq c$, że trójkąty $A_aA_bA_c$ i $A_aA_bA_d$ mają równe pola.

a) $a = 1$, $b = 5$, $c = 13$, $d = \dots\dots\dots$

b) $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $d = \dots\dots\dots$

c) $a = 1$, $b = 3$, $c = 6$, $d = \dots\dots\dots$

d) $a = 1$, $b = 4$, $c = 10$, $d = \dots\dots\dots$

5. Podać najmniejszą liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie, gdzie $\{z\}$ oznacza część ułamkową liczby z .

a) $x = \{3x\}$, $x = \dots\dots\dots$

b) $2x = \{5x\}$, $x = \dots\dots\dots$

c) $x = \{4x\}$, $x = \dots\dots\dots$

d) $2x = \{6x\}$, $x = \dots\dots\dots$

6. Dany jest 30-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{30}$. Dla podanych a i b podać takie liczby $c < d$, że czworokąt o wierzchołkach A_a , A_b , A_c i A_d (niekoniecznie leżących na obwodzie w tej kolejności) jest prostokątem.

a) $a = 1$, $b = 29$, $c = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

b) $a = 1$, $b = 15$, $c = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

c) $a = 1$, $b = 2$, $c = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

d) $a = 1$, $b = 3$, $c = \dots\dots\dots$, $d = \dots\dots\dots$

7. Dany jest 30-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{30}$. Dla podanych a i b podać takie liczby $c < d < e < f$, że sześciokąt o wierzchołkach A_a, A_b, A_c, A_d, A_e i A_f (niekoniecznie leżących na obwodzie w tej kolejności) jest równokątny.

a) $a = 1, b = 2, c = \dots, d = \dots, e = \dots, f = \dots$

b) $a = 1, b = 3, c = \dots, d = \dots, e = \dots, f = \dots$

c) $a = 1, b = 29, c = \dots, d = \dots, e = \dots, f = \dots$

d) $a = 1, b = 15, c = \dots, d = \dots, e = \dots, f = \dots$

8. Dla podanej liczby x podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $y > x$ spełniającą równość $\{\log_2 \log_2 y\} = \{\log_2 \log_2 x\}$, gdzie $\{z\}$ oznacza część ułamkową liczby z .

a) $x = 9, y = \dots$

b) $x = 7, y = \dots$

c) $x = 5, y = \dots$

d) $x = 4, y = \dots$

9. Dla podanej liczby x podać największą liczbę rzeczywistą $y < x$ spełniającą równość $\{\log_2 \log_2 y\} = \{\log_2 \log_2 x\}$, gdzie $\{z\}$ oznacza część ułamkową liczby z .

a) $x = 9, y = \dots$

b) $x = 5, y = \dots$

c) $x = 4, y = \dots$

d) $x = 7, y = \dots$

10. Podać najmniejszą taką liczbę naturalną $n \geq 3$, że spośród wierzchołków n -kąta foremnego można wybrać trzy wierzchołki wyznaczające trójkąt o kątach mających podane miary.

a) $45^\circ, 50^\circ, 85^\circ, \quad n = \dots\dots\dots$

b) $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, \quad n = \dots\dots\dots$

c) $10^\circ, 20^\circ, 150^\circ, \quad n = \dots\dots\dots$

d) $30^\circ, 45^\circ, 105^\circ, \quad n = \dots\dots\dots$

11. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_x 4 + 2) \cdot (\log_x 9 + 2) > 0, \quad \dots\dots\dots$

b) $(\log_x 4 - 2) \cdot (\log_x 9 - 2) > 0, \quad \dots\dots\dots$

c) $(\log_x 4 + 2) \cdot (\log_x 9 - 2) > 0, \quad \dots\dots\dots$

d) $(\log_x 4 - 2) \cdot (\log_x 9 + 2) > 0, \quad \dots\dots\dots$

12. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $\log_x \log_x 27 > 1, \quad \dots\dots\dots$

b) $\log_x \log_x 5 < 0, \quad \dots\dots\dots$

c) $\log_x \log_x \sqrt{2} < -1, \quad \dots\dots\dots$

d) $\log_x \log_x 16 > 2, \quad \dots\dots\dots$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $\log_x \log_x 4 > 4, \quad \dots\dots\dots$

b) $\log_x \log_x 216 < 2, \quad \dots\dots\dots$

c) $\log_x \log_x 2 > 2, \quad \dots\dots\dots$

d) $\log_x \log_x 16 < 6, \quad \dots\dots\dots$