W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{3x^2+49}<2x$, $\quad (\mathbf{7},+\infty)$

b) $\sqrt{3x^4+49}<2x^2$, $\quad \left(-\infty,-\sqrt{\mathbf{7}}\right)\cup\left(\sqrt{\mathbf{7}},+\infty\right)$

c) $\sqrt[3]{7x^6+64}<2x^2$, $\quad (-\infty,-\mathbf{2})\cup(\mathbf{2},+\infty)$

d) $\sqrt[4]{15x^4+81}<2x$, $\quad (\mathbf{3},+\infty)$

2. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $\sqrt{18x^2-2}>4x$, $\quad (-\infty,-\mathbf{1/3}]\cup(\mathbf{1},+\infty)$

b) $\sqrt{18x^2-2}<4x$, $\quad [\mathbf{1/3},\mathbf{1})$

c) $\sqrt{12x^2-3}>3x$, $\quad (-\infty,-\mathbf{1/2}]\cup(\mathbf{1},+\infty)$

d) $\sqrt{12x^2-3}<3x$, $\quad [\mathbf{1/2},\mathbf{1})$

3. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $\sqrt{\log_3 x}<1$, $\quad [\mathbf{1},\mathbf{3})$

b) $\sqrt{\log_2 x}<1$, $\quad [\mathbf{1},\mathbf{2})$

c) $\sqrt{\log_3 x}<2$, $\quad [\mathbf{1},\mathbf{81})$

d) $\sqrt{\log_2 x}<2$, $\quad [\mathbf{1},\mathbf{16})$

4. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x.

a) $\left[\log_2 \log_2 5^{70}\right] = \mathbf{7}$

b) $\left[\log_2 \log_2 5^{10}\right] = \mathbf{4}$

c) $\left[\log_2 \log_2 5^{20}\right] = \mathbf{5}$

d) $\left[\log_2 \log_2 5^{35}\right] = \mathbf{6}$

5. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c, że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c.

a) $a=1, \quad b=6, \qquad c \in \left(\mathbf{5}, \sqrt{\mathbf{35}}\right) \cup \left(\sqrt{\mathbf{37}}, \mathbf{7}\right)$

b) $a=3, \quad b=5, \qquad c \in (\mathbf{2}, \mathbf{4}) \cup \left(\sqrt{\mathbf{34}}, \mathbf{8}\right)$

c) $a=5, \quad b=6, \qquad c \in \left(\mathbf{1}, \sqrt{\mathbf{11}}\right) \cup \left(\sqrt{\mathbf{61}}, \mathbf{11}\right)$

d) $a=4, \quad b=5, \qquad c \in (\mathbf{1}, \mathbf{3}) \cup \left(\sqrt{\mathbf{41}}, \mathbf{9}\right)$

6. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c oraz kącie między bokami długości a i b mającym miarę 120°.

a) $a=3, \quad b=5, \qquad c \in \{\mathbf{7}\}$

b) $a=1, \quad b=4, \qquad c \in \left\{\sqrt{\mathbf{21}}\right\}$

c) $a=1, \quad b=2, \qquad c \in \left\{\sqrt{\mathbf{7}}\right\}$

d) $a=1, \quad b=3, \qquad c \in \left\{\sqrt{\mathbf{13}}\right\}$ - w treści zadania był błąd (w zamierzeniu miało być *miarę większą od* 120°). W obecnej wersji poprawne odpowiedzi są zbiorami jednoelementowymi, ale uznajemy też podanie poprawnej liczby.

7. Dla podanej liczby x podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $y>x$ spełniającą równość $\{\log_2\log_3 y\}=\{\log_2\log_3 x\}$, gdzie $\{z\}$ oznacza część ułamkową liczby z.

a) $x=2$, $y=\mathbf{4}$

b) $x=3$, $y=\mathbf{9}$

c) $x=5$, $y=\mathbf{25}$

d) $x=4$, $y=\mathbf{16}$

8. Dla podanej liczby x podać najmniejszą liczbę rzeczywistą $y>x$ spełniającą równość $\{\log_3\log_2 y\}=\{\log_3\log_2 x\}$, gdzie $\{z\}$ oznacza część ułamkową liczby z.

a) $x=5$, $y=\mathbf{125}$

b) $x=4$, $y=\mathbf{64}$

c) $x=3$, $y=\mathbf{27}$

d) $x=2$, $y=\mathbf{8}$

9. Dany jest 20-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{20}$. Dla podanych a i b podać taką liczbę c, aby pole trójkąta $A_aA_bA_c$ było możliwie największe.

a) $a=1$, $b=15$, $c=\mathbf{8}$

b) $a=1$, $b=5$, $c=\mathbf{13}$

c) $a=1$, $b=3$, $c=\mathbf{12}$

d) $a=1$, $b=13$, $c=\mathbf{7}$

10. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_x 25+2)\cdot(\log_x 27+3)>0$, $\qquad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1/3,\ 1})\cup(\mathbf{1,\ +\infty})$

b) $(\log_x 25-2)\cdot(\log_x 27+3)>0$, $\qquad (\mathbf{1/3,\ 1})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

c) $(\log_x 25-2)\cdot(\log_x 27-3)>0$, $\qquad (\mathbf{0,\ 1})\cup(\mathbf{1,\ 3})\cup(\mathbf{5,\ +\infty})$

d) $(\log_x 25+2)\cdot(\log_x 27-3)>0$, $\qquad (\mathbf{1/5,\ 1})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

11. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $(\log_x 25+2)\cdot(\log_x 27+3)<0$, $\qquad (\mathbf{1/5,\ 1/3})$

b) $(\log_x 25-2)\cdot(\log_x 27-3)<0$, $\qquad (\mathbf{3,\ 5})$

c) $(\log_x 25+2)\cdot(\log_x 27-3)<0$, $\qquad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{3,\ +\infty})$

d) $(\log_x 25-2)\cdot(\log_x 27+3)<0$, $\qquad (\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{5,\ +\infty})$

12. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $\log_x\log_x 3^9>2$, $\qquad (\mathbf{1,\ 3})$

b) $\log_x\log_x 3^{81}>4$, $\qquad (\mathbf{1,\ 3})$

c) $\log_x\log_x 3^{81}<1$, $\qquad (\mathbf{27,\ +\infty})$

d) $\log_x\log_x 7<0$, $\qquad (\mathbf{7,\ +\infty})$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $\log_x\log_x 2^{24}>1$, $\qquad (\mathbf{1,\ 8})$

b) $\log_x\log_x 256<3$, $\qquad (\mathbf{2,\ +\infty})$

c) $\log_x\log_x 2^{32}>2$, $\qquad (\mathbf{1,\ 4})$

d) $\log_x\log_x 256<1$, $\qquad (\mathbf{4,\ +\infty})$