

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Podać największy wspólny dzielnik.

a)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000001^3) = \mathbf{3^5 = 243}$

b)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000004^3) = \mathbf{2^6 \cdot 3^3 = 1728}$

c)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000025^3) = \mathbf{3^3 \cdot 5^5}$

d)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000048^3) = \mathbf{2^{10} = 1024}$

**2.** Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $23^{62} - 2^{124}, \quad \mathbf{19}$

b)  $53^{62} - 2^{124}, \quad \mathbf{19}$

c)  $83^{62} - 2^{62}, \quad \mathbf{17}$

d)  $33^{31} - 2^{31}, \quad \mathbf{31}$

**3.** Podać wartość wyrażenia, gdzie  $[x]$  oznacza część całkowitą liczby  $x$ .

a)  $\left[ \frac{1}{20 - \sqrt{404}} \right] = \mathbf{-11}$

b)  $\left[ \frac{1}{10 - \sqrt{101}} \right] = \mathbf{-21}$

c)  $\left[ \frac{1}{40 - \sqrt{1616}} \right] = \mathbf{-6}$

d)  $\left[ \frac{1}{30 - \sqrt{909}} \right] = \mathbf{-7}$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(x-3)^{2016} > (x-3)^{2017}, \quad (-\infty, 3) \cup (3, 4)$

b)  $(x-3)^{2015} > (x-3)^{2017}, \quad (-\infty, 2) \cup (3, 4)$

c)  $(x-3)^{2016} > (x-3)^{2018}, \quad (2, 3) \cup (3, 4)$

d)  $(x-3)^{2015} > (x-3)^{2016}, \quad (3, 4)$

5. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\log_2 x < -1, \quad (0, 1/2)$

b)  $\log_2 \log_2 x < 1, \quad (1, 4)$

c)  $\log_2 \log_2 x < -1, \quad (1, \sqrt{2})$

d)  $\log_2 \log_2 \log_2 x < 1, \quad (2, 16)$

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x-7)^6 \cdot (x-11)^7 > 0, \quad (0, 7) \cup (7, 8) \cup (11, +\infty)$

b)  $(\log_2 x - 3)^4 \cdot (x-7)^5 \cdot (x-11)^7 > 0, \quad (0, 7) \cup (11, +\infty)$

c)  $(\log_2 x - 3) \cdot (x-7) \cdot (x-11) > 0, \quad (7, 8) \cup (11, +\infty)$

d)  $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x-7)^5 \cdot (x-11)^8 > 0, \quad (0, 7) \cup (8, 11) \cup (11, +\infty)$

7. Dla podanej liczby  $n$  podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $m \neq n$  taką, że  $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$ , gdzie  $\{x\}$  oznacza część ułamkową liczby  $x$ .

- a)  $n = 60$ ,  $m = \mathbf{15}$
- b)  $n = 64$ ,  $m = \mathbf{1}$
- c)  $n = 71$ ,  $m = \mathbf{142}$
- d)  $n = 66$ ,  $m = \mathbf{33}$

8. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego 21-wyrazowego  $a_1, a_2, \dots, a_{21}$  jest równa  $7 \cdot (2a_k + a_m)$ . Dla podanej liczby  $k$  wskazać takie  $m$ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $k = 6$ ,  $m = \mathbf{21}$
- b)  $k = 8$ ,  $m = \mathbf{17}$
- c)  $k = 10$ ,  $m = \mathbf{13}$
- d)  $k = 11$ ,  $m = \mathbf{11}$

9. Istnieje czworokąt wypukły o kątach miary  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  (z zachowaniem kolejności), na którym można opisać okrąg. Dla podanych  $\alpha, \beta$  podać takie  $\gamma, \delta$ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 170^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{90^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{10^\circ}$
- b)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 100^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{150^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{80^\circ}$
- c)  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{165^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{165^\circ}$
- d)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{120^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{60^\circ}$

**10.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\alpha$  spełniającą równość  $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$ .

a)  $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

b)  $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

c)  $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

d)  $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$

**11.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\alpha$  spełniającą równość  $\cos \alpha = \cos(n\alpha)$ .

a)  $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

b)  $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{120^\circ}$

c)  $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{90^\circ}$

d)  $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{72^\circ}$

**12.** Dany jest osiemnastokąt foremny  $A_1A_2A_3\dots A_{18}$ . Podać miarę kąta

a)  $\sphericalangle A_1A_6A_4 = \mathbf{30^\circ}$

b)  $\sphericalangle A_1A_5A_6 = \mathbf{130^\circ}$

c)  $\sphericalangle A_1A_4A_8 = \mathbf{110^\circ}$

d)  $\sphericalangle A_1A_7A_2 = \mathbf{10^\circ}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Podać największy wspólny dzielnik.

a)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000025^3) = \mathbf{3^3 \cdot 5^5}$

b)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000001^3) = \mathbf{3^5 = 243}$

c)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000048^3) = \mathbf{2^{10} = 1024}$

d)  $\text{NWD}(60^5, 4400000000004^3) = \mathbf{2^6 \cdot 3^3 = 1728}$

**2.** Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $23^{62} - 2^{124}, \quad \mathbf{19}$

b)  $83^{62} - 2^{62}, \quad \mathbf{17}$

c)  $33^{31} - 2^{31}, \quad \mathbf{31}$

d)  $53^{62} - 2^{124}, \quad \mathbf{19}$

**3.** Podać wartość wyrażenia, gdzie  $[x]$  oznacza część całkowitą liczby  $x$ .

a)  $\left[ \frac{1}{10 - \sqrt{101}} \right] = \mathbf{-21}$

b)  $\left[ \frac{1}{20 - \sqrt{404}} \right] = \mathbf{-11}$

c)  $\left[ \frac{1}{40 - \sqrt{1616}} \right] = \mathbf{-6}$

d)  $\left[ \frac{1}{30 - \sqrt{909}} \right] = \mathbf{-7}$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(x-3)^{2016} > (x-3)^{2017}, \quad (-\infty, 3) \cup (3, 4)$

b)  $(x-3)^{2016} > (x-3)^{2018}, \quad (2, 3) \cup (3, 4)$

c)  $(x-3)^{2015} > (x-3)^{2016}, \quad (3, 4)$

d)  $(x-3)^{2015} > (x-3)^{2017}, \quad (-\infty, 2) \cup (3, 4)$

5. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $\log_2 \log_2 x < -1, \quad (1, \sqrt{2})$

b)  $\log_2 x < -1, \quad (0, 1/2)$

c)  $\log_2 \log_2 \log_2 x < 1, \quad (2, 16)$

d)  $\log_2 \log_2 x < 1, \quad (1, 4)$

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a)  $(\log_2 x - 3)^4 \cdot (x-7)^5 \cdot (x-11)^7 > 0, \quad (0, 7) \cup (11, +\infty)$

b)  $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x-7)^5 \cdot (x-11)^8 > 0, \quad (0, 7) \cup (8, 11) \cup (11, +\infty)$

c)  $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x-7)^6 \cdot (x-11)^7 > 0, \quad (0, 7) \cup (7, 8) \cup (11, +\infty)$

d)  $(\log_2 x - 3) \cdot (x-7) \cdot (x-11) > 0, \quad (7, 8) \cup (11, +\infty)$

7. Dla podanej liczby  $n$  podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $m \neq n$  taką, że  $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$ , gdzie  $\{x\}$  oznacza część ułamkową liczby  $x$ .

- a)  $n = 64$ ,  $m = \mathbf{1}$
- b)  $n = 66$ ,  $m = \mathbf{33}$
- c)  $n = 60$ ,  $m = \mathbf{15}$
- d)  $n = 71$ ,  $m = \mathbf{142}$

8. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego 21-wyrazowego  $a_1, a_2, \dots, a_{21}$  jest równa  $7 \cdot (2a_k + a_m)$ . Dla podanej liczby  $k$  wskazać takie  $m$ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $k = 6$ ,  $m = \mathbf{21}$
- b)  $k = 8$ ,  $m = \mathbf{17}$
- c)  $k = 10$ ,  $m = \mathbf{13}$
- d)  $k = 11$ ,  $m = \mathbf{11}$

9. Istnieje czworokąt wypukły o kątach miary  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  (z zachowaniem kolejności), na którym można opisać okrąg. Dla podanych  $\alpha, \beta$  podać takie  $\gamma, \delta$ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 100^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{150^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{80^\circ}$
- b)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 170^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{90^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{10^\circ}$
- c)  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\beta = 15^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{165^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{165^\circ}$
- d)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ ,  $\gamma = \mathbf{120^\circ}$ ,  $\delta = \mathbf{60^\circ}$

**10.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\alpha$  spełniającą równość  $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$ .

a)  $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

b)  $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

c)  $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

d)  $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$

**11.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  podać najmniejszą dodatnią miarę kąta  $\alpha$  spełniającą równość  $\cos \alpha = \cos(n\alpha)$ .

a)  $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$

b)  $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{90^\circ}$

c)  $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{120^\circ}$

d)  $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{72^\circ}$

**12.** Dany jest osiemnastokąt foremny  $A_1A_2A_3\dots A_{18}$ . Podać miarę kąta

a)  $\sphericalangle A_1A_5A_6 = \mathbf{130^\circ}$

b)  $\sphericalangle A_1A_4A_8 = \mathbf{110^\circ}$

c)  $\sphericalangle A_1A_7A_2 = \mathbf{10^\circ}$

d)  $\sphericalangle A_1A_6A_4 = \mathbf{30^\circ}$