

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Jeżeli G gramów sera zawiera 30% tłuszczu, to 100 gramów takiego samego sera zawiera $p\%$ tłuszczu. Dla podanej liczby G podać taką liczbę p , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $G = 50$, $p = \dots\dots\dots$

b) $G = 150$, $p = \dots\dots\dots$

c) $G = 200$, $p = \dots\dots\dots$

d) $G = 300$, $p = \dots\dots\dots$

2. Liczbę naturalną p nazwiemy *fajną*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne d , w , że d jest dzielnikiem liczby w , a ponadto liczba w jest większa o $p\%$ od liczby d . Dla podanej liczby k podać najmniejszą *fajną* liczbę p większą od k .

a) $k = 257$, $p = \dots\dots\dots$

b) $k = 247$, $p = \dots\dots\dots$

c) $k = 147$, $p = \dots\dots\dots$

d) $k = 47$, $p = \dots\dots\dots$

3. Liczbę naturalną p nazwiemy *ładną*, jeżeli istnieją takie liczby naturalne d , w , że d jest dzielnikiem liczby w , a ponadto liczba d jest mniejsza o $p\%$ od liczby w . Dla podanej liczby k podać najmniejszą *ładną* liczbę p większą od k .

a) $k = 47$, $p = \dots\dots\dots$

b) $k = 23$, $p = \dots\dots\dots$

c) $k = 80$, $p = \dots\dots\dots$

d) $k = 65$, $p = \dots\dots\dots$

4. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(9000, 1234500000000090) = \dots\dots\dots$

b) $\text{NWD}(9000, 1234500000000012) = \dots\dots\dots$

c) $\text{NWD}(9000, 1234500000000018) = \dots\dots\dots$

d) $\text{NWD}(9000, 1234500000000075) = \dots\dots\dots$

5. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(100!, 11^{11}) = \dots\dots\dots$

b) $\text{NWD}(100!, 77^{77}) = \dots\dots\dots$

c) $\text{NWD}(100!, 7^{77}) = \dots\dots\dots$

d) $\text{NWD}(100!, 79^{79}) = \dots\dots\dots$

6. Dla podanej liczby naturalnej n wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną k , dla której liczba n jest podzielna przez 16^k .

a) $n = 123456789098765432100072^{100}$, $k = \dots\dots\dots$

b) $n = 123456789098765432100068^{80}$, $k = \dots\dots\dots$

c) $n = 123456789098765432100034^{50}$, $k = \dots\dots\dots$

d) $n = 123456789098765432100043^{60}$, $k = \dots\dots\dots$

7. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 300 i jednym z wyrazów równym 30, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w . Dla podanej liczby n podać wszystkie liczby $w \neq 30$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

a) $n = 6$, $w = \dots\dots\dots$

b) $n = 10$, $w = \dots\dots\dots$

c) $n = 20$, $w = \dots\dots\dots$

d) $n = 15$, $w = \dots\dots\dots$

8. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 2015-wyrazowym o wyrazach dodatnich, w którym wyrazy szósty, dziesiąty i piętnasty tworzą rosnący postęp geometryczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp geometryczny. Uzupełnij podane liczby tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = 10$, $n = 30$, $k = \dots\dots\dots$

b) $m = 6$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 54$

c) $m = 2$, $n = 14$, $k = \dots\dots\dots$

d) $m = 2$, $n = 8$, $k = \dots\dots\dots$

9. W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 2015-wyrazowym, w którym wyrazy pierwszy, szósty i dziesiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, także wyrazy m -ty, n -ty i k -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m = \dots\dots\dots$, $n = \dots\dots\dots$, $k = 20$

b) $m = \dots\dots\dots$, $n = 12$, $k = \dots\dots\dots$

c) $m = 3$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

d) $m = 4$, $n = \dots\dots\dots$, $k = \dots\dots\dots$

10. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

- a) $79^{14} - 2^{28}$,
- b) $39^{14} - 2^{28}$,
- c) $63^{11} - 2^{22}$,
- d) $39^{11} + 2^{22}$,

11. Liczbę naturalną n nazwiemy *porządną*, jeżeli spełnione są następujące warunki:

- liczba n nie jest podzielna przez 3,
- liczba n^n jest sześcianem liczby całkowitej.

Dla podanej liczby k podać najmniejszą *porządną* liczbę n większą od k .

- a) $k = 71$, $n =$
- b) $k = 21$, $n =$
- c) $k = 31$, $n =$
- d) $k = 41$, $n =$

12. Liczbę naturalną n nazwiemy *fantastyczną*, jeżeli spełnione są następujące warunki:

- liczba n nie jest podzielna przez 8,
- liczba n^n jest ósmą potęgą liczby całkowitej.

Dla podanej liczby k podać najmniejszą *fantastyczną* liczbę n większą od k .

- a) $k = 31$, $n =$
- b) $k = 41$, $n =$
- c) $k = 71$, $n =$
- d) $k = 21$, $n =$