

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

**1.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $125^k$ .

a)  $n = 123456789098765432100250^{60}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 123456789098765432100555^{50}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 123456789098765432100075^{20}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 123456789098765432100054^{55}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**2.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać największą liczbę całkowitą nieujemną  $k$ , dla której liczba  $n$  jest podzielna przez  $128^k$ .

a)  $n = 123456789098765432100024^{10}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 123456789098765432100028^{20}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 123456789098765432100026^{50}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 123456789098765432100027^{60}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**3.** Dla podanej liczby naturalnej  $n$  wskazać liczbę naturalną  $d < 100$ , która jest dzielnikiem liczby  $n$ , a ponadto jest liczbą złożoną. Liczba  $n$  jest jedenastocyfrowa.

a)  $n = 10000000095$ ,  $d = \dots\dots\dots$

b)  $n = 10000000161$ ,  $d = \dots\dots\dots$

c)  $n = 10000000412$ ,  $d = \dots\dots\dots$

d)  $n = 10000000475$ ,  $d = \dots\dots\dots$

4. Dla podanej liczby  $n$  podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $k$  taką, że liczba  $nk$  jest kwadratem liczby całkowitej.

a)  $n = 72^{333}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 12^{333}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 18^{333}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 24^{333}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

5. Dla podanej liczby  $n$  podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią  $k$  taką, że liczba  $nk$  jest sześcianem liczby całkowitej.

a)  $n = 12^{4444}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

b)  $n = 24^{4444}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

c)  $n = 18^{4444}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

d)  $n = 72^{4444}$ ,  $k = \dots\dots\dots$

6. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a)  $46^{26} - 3^{26}$ ,  $\dots\dots\dots$

b)  $52^{26} - 3^{26}$ ,  $\dots\dots\dots$

c)  $58^{26} - 3^{52}$ ,  $\dots\dots\dots$

d)  $34^{26} - 3^{52}$ ,  $\dots\dots\dots$

7. Dla podanej liczby wskazać jej **nieparzysty** dzielnik pierwszy mniejszy od 100.

- a)  $2^{111} - 1$ , .....
- b)  $2^{145} - 1$ , .....
- c)  $3^{145} + 1$ , .....
- d)  $3^{111} - 1$ , .....

8. W dowolnym postępie arytmetycznym  $n$ -wyrazowym  $a_1, a_2, \dots, a_n$  o sumie 600 i jednym z wyrazów równym 0, co najmniej jeden z wyrazów jest równy  $w$ . Dla podanej liczby  $n$  podać wszystkie liczby  $w \neq 0$ , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba  $w$  o żądanej własności nie istnieje.

- a)  $n = 25$ ,  $w =$  .....
- b)  $n = 15$ ,  $w =$  .....
- c)  $n = 10$ ,  $w =$  .....
- d)  $n = 6$ ,  $w =$  .....

9. W dowolnym postępie arytmetycznym  $n$ -wyrazowym  $a_1, a_2, \dots, a_n$  o sumie 75 i jednym z wyrazów równym 5, co najmniej jeden z wyrazów jest równy  $w$ . Dla podanej liczby  $n$  podać wszystkie liczby  $w \neq 5$ , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba  $w$  o żądanej własności nie istnieje.

- a)  $n = 75$ ,  $w =$  .....
- b)  $n = 15$ ,  $w =$  .....
- c)  $n = 5$ ,  $w =$  .....
- d)  $n = 25$ ,  $w =$  .....

**10.** W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 2015-wyrazowym, w którym **kwadraty** wyrazów pierwszego, trzeciego i czwartego tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, wyrazy  $m$ -ty,  $n$ -ty i  $k$ -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $m = \dots\dots\dots$ ,  $n = \dots\dots\dots$ ,  $k = 20$   
b)  $m = 4$ ,  $n = \dots\dots\dots$ ,  $k = \dots\dots\dots$   
c)  $m = 3$ ,  $n = \dots\dots\dots$ ,  $k = \dots\dots\dots$   
d)  $m = \dots\dots\dots$ ,  $n = 12$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**11.** W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 2015-wyrazowym, w którym **sześciany** wyrazów pierwszego, trzeciego i czwartego tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny, wyrazy  $m$ -ty,  $n$ -ty i  $k$ -ty tworzą (w tej właśnie kolejności) rosnący postęp arytmetyczny. Dla podanej jednej z liczb, podać dwie pozostałe tak, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)  $m = \dots\dots\dots$ ,  $n = \dots\dots\dots$ ,  $k = 20$   
b)  $m = 3$ ,  $n = \dots\dots\dots$ ,  $k = \dots\dots\dots$   
c)  $m = \dots\dots\dots$ ,  $n = 12$ ,  $k = \dots\dots\dots$   
d)  $m = 4$ ,  $n = \dots\dots\dots$ ,  $k = \dots\dots\dots$

**12.** Liczbę naturalną  $n$  nazwiemy *milutką*, jeżeli spełnione są następujące warunki:

- liczba  $n$  nie jest podzielna przez 6,
- liczba  $n$  nie jest szóstą potęgą liczby całkowitej.
- liczba  $n^n$  jest szóstą potęgą liczby całkowitej.

Dla podanej liczby  $k$  podać najmniejszą *milutką* liczbę  $n$  większą od  $k$ .

- a)  $k = 100$ ,  $n = \dots\dots\dots$   
b)  $k = 125$ ,  $n = \dots\dots\dots$   
c)  $k = 1$ ,  $n = \dots\dots\dots$   
d)  $k = 16$ ,  $n = \dots\dots\dots$