

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną q nazwiemy *fajniutką*, jeżeli istnieje taka liczba pierwsza p oraz liczba naturalna n , że liczba n jest większa od p o $q\%$. Dla podanej liczby k podać najmniejszą *fajniutką* liczbę q większą od k .

a) $k = 222$, $q = \mathbf{240}$

b) $k = 333$, $q = \mathbf{340}$

c) $k = 444$, $q = \mathbf{450}$

d) $k = 555$, $q = \mathbf{560}$

2. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $7^{124} - 2^{310}$, $\mathbf{17}$

b) $89^{62} - 2^{186}$, $\mathbf{97}$

c) $39^{62} - 2^{124}$, $\mathbf{43}$

d) $45^{62} - 2^{124}$, $\mathbf{41}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000048^7) = \mathbf{2^{28}}$

b) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000032^7) = \mathbf{2^{30} \cdot 3^7}$

c) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000075^7) = \mathbf{5^{14}}$

d) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000008^7) = \mathbf{2^{21} \cdot 3^{10}}$

4. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

a) $\left[\frac{1}{9 - \sqrt{77}} \right] = 4$

b) $\left[\frac{1}{3 - \sqrt{7}} \right] = 2$

c) $\left[\frac{1}{\sqrt{11} - 3} \right] = 3$

d) $\left[\frac{1}{8 - \sqrt{61}} \right] = 5$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β różną od α i spełniającą równość $\sin \alpha = \sin \beta$.

a) $\alpha = 10^\circ, \quad \beta = 170^\circ$

b) $\alpha = 181^\circ, \quad \beta = 359^\circ$

c) $\alpha = 99^\circ, \quad \beta = 81^\circ$

d) $\alpha = 270^\circ, \quad \beta = 630^\circ$

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 \log_5 x - 1) \cdot (\log_6 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 25) \cup (64, +\infty)$

b) $(\log_2 \log_4 x - 1) \cdot (\log_4 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 16) \cup (16, +\infty)$

c) $(\log_2 \log_2 x - 2) \cdot (\log_4 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 16) \cup (16, +\infty)$

d) $(\log_2 \log_3 x - 1) \cdot (\log_3 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 8) \cup (9, +\infty)$

7. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 60 i jednym z wyrazów równym 15, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w . Dla podanej liczby n podać **wszystkie** liczby rzeczywiste $w \neq 15$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $n = 3$, $w = \mathbf{20}$ lub $w = \mathbf{25}$
- b) $n = 4$, $w = \mathbf{NIE}$
- c) $n = 6$, $w = \mathbf{5}$
- d) $n = 5$, $w = \mathbf{9}$ lub $w = \mathbf{12}$

8. Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 180, zawierający wyrazy 30 i w . Dla podanej liczby n podać **wszystkie** liczby rzeczywiste $w \neq 30$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $n = 6$, $w = \mathbf{NIE}$
- b) $n = 5$, $w = \mathbf{24}$, $w = \mathbf{33}$, $w = \mathbf{36}$, $w = \mathbf{39}$, $w = \mathbf{42}$ lub $w = \mathbf{48}$
- c) $n = 4$, $w = \mathbf{0}$, $w = \mathbf{40}$, $w = \mathbf{50}$, $w = \mathbf{60}$ lub $w = \mathbf{90}$
- d) $n = 3$, $w = \mathbf{60}$ lub $w = \mathbf{90}$

9. Istnieje postęp arytmetyczny czterowyrazowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie S , zawierający wyrazy 30 i w . Dla podanej liczby S podać **wszystkie** liczby rzeczywiste $w \neq 30$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $S = 120$, $w = \mathbf{NIE}$
- b) $S = 126$, $w = \mathbf{27}$, $w = \mathbf{31}$, $w = \mathbf{32}$, $w = \mathbf{33}$ lub $w = \mathbf{36}$
- c) $S = 0$, $w = \mathbf{-90}$, $w = \mathbf{-30}$, $w = \mathbf{-10}$, $w = \mathbf{10}$ lub $w = \mathbf{90}$
- d) $S = 90$, $w = \mathbf{0}$, $w = \mathbf{15}$, $w = \mathbf{20}$, $w = \mathbf{25}$ lub $w = \mathbf{45}$

10. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x 4 < -1/2$, $(1/16, 1)$
- b) $\log_x 4 < -2$, $(1/2, 1)$
- c) $\log_x 4 < 2$, $(0, 1) \cup (2, +\infty)$
- d) $\log_x 4 < 1/2$, $(0, 1) \cup (16, +\infty)$

11. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x(1/9) < -1/2$, $(1, 81)$
- b) $\log_x(1/9) < 2$, $(0, 1/3) \cup (1, +\infty)$
- c) $\log_x(1/9) < 1/2$, $(0, 1/81) \cup (1, +\infty)$
- d) $\log_x(1/9) < -2$, $(1, 3)$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x(x - 1/2) > 0$, $(1/2, 1) \cup (3/2, +\infty)$
- b) $\log_x(x + 1/3) > 0$, $(0, 2/3) \cup (1, +\infty)$
- c) $\log_x(x - 1/3) > 0$, $(1/3, 1) \cup (4/3, +\infty)$
- d) $\log_x(x + 1/2) > 0$, $(0, 1/2) \cup (1, +\infty)$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Liczbę naturalną q nazwiemy *fajniutką*, jeżeli istnieje taka liczba pierwsza p oraz liczba naturalna n , że liczba n jest większa od p o $q\%$. Dla podanej liczby k podać najmniejszą *fajniutką* liczbę q większą od k .

a) $k = 444$, $q = \mathbf{450}$

b) $k = 222$, $q = \mathbf{240}$

c) $k = 555$, $q = \mathbf{560}$

d) $k = 333$, $q = \mathbf{340}$

2. Dla podanej liczby wskazać jej **dwucyfrowy** dzielnik pierwszy.

a) $7^{124} - 2^{310}$, $\mathbf{17}$

b) $39^{62} - 2^{124}$, $\mathbf{43}$

c) $45^{62} - 2^{124}$, $\mathbf{41}$

d) $89^{62} - 2^{186}$, $\mathbf{97}$

3. Podać największy wspólny dzielnik.

a) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000032^7) = \mathbf{2^{30} \cdot 3^7}$

b) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000048^7) = \mathbf{2^{28}}$

c) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000075^7) = \mathbf{5^{14}}$

d) $\text{NWD}(600^{10}, 55000000000008^7) = \mathbf{2^{21} \cdot 3^{10}}$

4. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

a) $\left[\frac{1}{9 - \sqrt{77}} \right] = 4$

b) $\left[\frac{1}{\sqrt{11} - 3} \right] = 3$

c) $\left[\frac{1}{8 - \sqrt{61}} \right] = 5$

d) $\left[\frac{1}{3 - \sqrt{7}} \right] = 2$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β różną od α i spełniającą równość $\sin \alpha = \sin \beta$.

a) $\alpha = 99^\circ, \quad \beta = 81^\circ$

b) $\alpha = 10^\circ, \quad \beta = 170^\circ$

c) $\alpha = 270^\circ, \quad \beta = 630^\circ$

d) $\alpha = 181^\circ, \quad \beta = 359^\circ$

6. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 \log_4 x - 1) \cdot (\log_4 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 16) \cup (16, +\infty)$

b) $(\log_2 \log_3 x - 1) \cdot (\log_3 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 8) \cup (9, +\infty)$

c) $(\log_2 \log_5 x - 1) \cdot (\log_6 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 25) \cup (64, +\infty)$

d) $(\log_2 \log_2 x - 2) \cdot (\log_4 \log_2 x - 1) > 0, \quad (1, 16) \cup (16, +\infty)$

7. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 60 i jednym z wyrazów równym 15, co najmniej jeden z wyrazów jest równy w . Dla podanej liczby n podać **wszystkie** liczby rzeczywiste $w \neq 15$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $n = 4$, $w = \mathbf{NIE}$
- b) $n = 5$, $w = \mathbf{9}$ lub $w = \mathbf{12}$
- c) $n = 3$, $w = \mathbf{20}$ lub $w = \mathbf{25}$
- d) $n = 6$, $w = \mathbf{5}$

8. Istnieje postęp arytmetyczny n -wyrazowy $a_1, a_2, \dots, a_n$ o sumie 180, zawierający wyrazy 30 i w . Dla podanej liczby n podać **wszystkie** liczby rzeczywiste $w \neq 30$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe. Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $n = 6$, $w = \mathbf{NIE}$
- b) $n = 5$, $w = \mathbf{24}$, $w = \mathbf{33}$, $w = \mathbf{36}$, $w = \mathbf{39}$, $w = \mathbf{42}$ lub $w = \mathbf{48}$
- c) $n = 4$, $w = \mathbf{0}$, $w = \mathbf{40}$, $w = \mathbf{50}$, $w = \mathbf{60}$ lub $w = \mathbf{90}$
- d) $n = 3$, $w = \mathbf{60}$ lub $w = \mathbf{90}$

9. Istnieje postęp arytmetyczny czterowyrazowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie S , zawierający wyrazy 30 i w . Dla podanej liczby S podać **wszystkie** liczby rzeczywiste $w \neq 30$, dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

Wpisz **NIE**, jeśli uważasz, że liczba w o żądanej własności nie istnieje.

- a) $S = 126$, $w = \mathbf{27}$, $w = \mathbf{31}$, $w = \mathbf{32}$, $w = \mathbf{33}$ lub $w = \mathbf{36}$
- b) $S = 120$, $w = \mathbf{NIE}$
- c) $S = 0$, $w = \mathbf{-90}$, $w = \mathbf{-30}$, $w = \mathbf{-10}$, $w = \mathbf{10}$ lub $w = \mathbf{90}$
- d) $S = 90$, $w = \mathbf{0}$, $w = \mathbf{15}$, $w = \mathbf{20}$, $w = \mathbf{25}$ lub $w = \mathbf{45}$

10. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x 4 < 2$, $(0, 1) \cup (2, +\infty)$
- b) $\log_x 4 < -1/2$, $(1/16, 1)$
- c) $\log_x 4 < -2$, $(1/2, 1)$
- d) $\log_x 4 < 1/2$, $(0, 1) \cup (16, +\infty)$

11. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x(1/9) < -1/2$, $(1, 81)$
- b) $\log_x(1/9) < 1/2$, $(0, 1/81) \cup (1, +\infty)$
- c) $\log_x(1/9) < 2$, $(0, 1/3) \cup (1, +\infty)$
- d) $\log_x(1/9) < -2$, $(1, 3)$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x(x + 1/3) > 0$, $(0, 2/3) \cup (1, +\infty)$
- b) $\log_x(x - 1/3) > 0$, $(1/3, 1) \cup (4/3, +\infty)$
- c) $\log_x(x + 1/2) > 0$, $(0, 1/2) \cup (1, +\infty)$
- d) $\log_x(x - 1/2) > 0$, $(1/2, 1) \cup (3/2, +\infty)$