

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 x - 3) \cdot (x - 7) \cdot (x - 11) > 0$,

b) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x - 7)^5 \cdot (x - 11)^8 > 0$,

c) $(\log_2 x - 3)^4 \cdot (x - 7)^5 \cdot (x - 11)^7 > 0$,

d) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x - 7)^6 \cdot (x - 11)^7 > 0$,

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią $m \neq n$ taką, że $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

a) $n = 71$, $m =$

b) $n = 66$, $m =$

c) $n = 64$, $m =$

d) $n = 60$, $m =$

3. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego 21-wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_{21}$ jest równa $7 \cdot (2a_k + a_m)$. Dla podanej liczby k wskazać takie m , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 10$, $m =$

b) $k = 11$, $m =$

c) $k = 6$, $m =$

d) $k = 8$, $m =$

4. Istnieje czworokąt wypukły o kątach miary $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (z zachowaniem kolejności), na którym można opisać okrąg. Dla podanych α, β podać takie γ, δ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $\alpha = 90^\circ, \beta = 170^\circ, \gamma = \dots\dots\dots, \delta = \dots\dots\dots$

b) $\alpha = 15^\circ, \beta = 15^\circ, \gamma = \dots\dots\dots, \delta = \dots\dots\dots$

c) $\alpha = 30^\circ, \beta = 100^\circ, \gamma = \dots\dots\dots, \delta = \dots\dots\dots$

d) $\alpha = 60^\circ, \beta = 120^\circ, \gamma = \dots\dots\dots, \delta = \dots\dots\dots$

5. Dla podanej liczby naturalnej n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

a) $n = 2, \alpha = \dots\dots\dots$

b) $n = 4, \alpha = \dots\dots\dots$

c) $n = 3, \alpha = \dots\dots\dots$

d) $n = 5, \alpha = \dots\dots\dots$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\cos \alpha = \cos(n\alpha)$.

a) $n = 5, \alpha = \dots\dots\dots$

b) $n = 4, \alpha = \dots\dots\dots$

c) $n = 2, \alpha = \dots\dots\dots$

d) $n = 3, \alpha = \dots\dots\dots$

7. Istnieje **rosnący** postęp arytmetyczny czterowyrazowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie 360 i jednym z wyrazów równym x , którego pierwszy wyraz a_1 jest równy w . Dla podanej liczby x podać zbiór **wszystkich** liczb rzeczywistych w , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

a) $x = 30$, $w \in \{ \dots \}$

b) $x = 60$, $w \in \{ \dots \}$

c) $x = 180$, $w \in \{ \dots \}$

d) $x = 120$, $w \in \{ \dots \}$

8. Istnieje **rosnący** postęp arytmetyczny czterowyrazowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie 360 i jednym z wyrazów równym x , którego drugi wyraz a_2 jest równy w . Dla podanej liczby x podać zbiór **wszystkich** liczb rzeczywistych w , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

a) $x = 180$, $w \in \{ \dots \}$

b) $x = 120$, $w \in \{ \dots \}$

c) $x = 60$, $w \in \{ \dots \}$

d) $x = 30$, $w \in \{ \dots \}$

9. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $\log_x 9 < -1/2$, $\dots$

b) $\log_x 9 > 1/2$, $\dots$

c) $\log_x 9 < 2$, $\dots$

d) $\log_x 9 > -2$, $\dots$

10. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

a) $\log_x(x-5) < 0$,

b) $\log_x(x+1/5) < 0$,

c) $\log_x(x+1/4) > 0$,

d) $\log_x(x-1/4) > 0$,

11. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

a) $a=4, b=7, c \in$

b) $a=1, b=3, c \in$

c) $a=2, b=3, c \in$

d) $a=3, b=7, c \in$

12. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

a) $a=2, b=3, c \in$

b) $a=3, b=7, c \in$

c) $a=4, b=7, c \in$

d) $a=1, b=3, c \in$