

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(\log_2 x - 3) \cdot (x - 7) \cdot (x - 11) > 0$, **(7, 8) $\cup$ (11, $+\infty$)**
- b) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x - 7)^5 \cdot (x - 11)^8 > 0$, **(0, 7) $\cup$ (8, 11) $\cup$ (11, $+\infty$)**
- c) $(\log_2 x - 3)^4 \cdot (x - 7)^5 \cdot (x - 11)^7 > 0$, **(0, 7) $\cup$ (11, $+\infty$)**
- d) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x - 7)^6 \cdot (x - 11)^7 > 0$, **(0, 7) $\cup$ (7, 8) $\cup$ (11, $+\infty$)**

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią $m \neq n$ taką, że $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

- a) $n = 71$, $m = \mathbf{142}$
- b) $n = 66$, $m = \mathbf{33}$
- c) $n = 64$, $m = \mathbf{1}$
- d) $n = 60$, $m = \mathbf{15}$

3. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego 21-wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_{21}$ jest równa $7 \cdot (2a_k + a_m)$. Dla podanej liczby k wskazać takie m , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $k = 10$, $m = \mathbf{13}$
- b) $k = 11$, $m = \mathbf{11}$
- c) $k = 6$, $m = \mathbf{21}$
- d) $k = 8$, $m = \mathbf{17}$

4. Istnieje czworokąt wypukły o kątach miary $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (z zachowaniem kolejności), na którym można opisać okrąg. Dla podanych α, β podać takie γ, δ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $\alpha = 90^\circ, \quad \beta = 170^\circ, \quad \gamma = \mathbf{90^\circ}, \quad \delta = \mathbf{10^\circ}$
- b) $\alpha = 15^\circ, \quad \beta = 15^\circ, \quad \gamma = \mathbf{165^\circ}, \quad \delta = \mathbf{165^\circ}$
- c) $\alpha = 30^\circ, \quad \beta = 100^\circ, \quad \gamma = \mathbf{150^\circ}, \quad \delta = \mathbf{80^\circ}$
- d) $\alpha = 60^\circ, \quad \beta = 120^\circ, \quad \gamma = \mathbf{120^\circ}, \quad \delta = \mathbf{60^\circ}$

5. Dla podanej liczby naturalnej n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

- a) $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$
- b) $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$
- c) $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$
- d) $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\cos \alpha = \cos(n\alpha)$.

- a) $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$
- b) $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{72^\circ}$
- c) $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{120^\circ}$
- d) $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{90^\circ}$

7. Istnieje **rosnący** postęp arytmetyczny czterowyrasowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie 360 i jednym z wyrazów równym x , którego pierwszy wyraz a_1 jest równy w . Dla podanej liczby x podać zbiór **wszystkich** liczb rzeczywistych w , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

- a) $x = 30, \quad w \in \{-90, 30\}$
- b) $x = 60, \quad w \in \{0, 60\}$
- c) $x = 180, \quad w \in \{-180, 0\}$
- d) $x = 120, \quad w \in \{0, 60\}$

8. Istnieje **rosnący** postęp arytmetyczny czterowyrasowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie 360 i jednym z wyrazów równym x , którego drugi wyraz a_2 jest równy w . Dla podanej liczby x podać zbiór **wszystkich** liczb rzeczywistych w , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

- a) $x = 180, \quad w \in \{0, 60\}$
- b) $x = 120, \quad w \in \{60, 80\}$
- c) $x = 60, \quad w \in \{60, 80\}$
- d) $x = 30, \quad w \in \{30, 70\}$

9. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x 9 < -1/2, \quad (1/81, 1)$
- b) $\log_x 9 > 1/2, \quad (1, 81)$
- c) $\log_x 9 < 2, \quad (0, 1) \cup (3, +\infty)$
- d) $\log_x 9 > -2, \quad (0, 1/3) \cup (1, +\infty)$

10. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x(x-5) < 0$, **(5, 6)**
- b) $\log_x(x+1/5) < 0$, **(4/5, 1)**
- c) $\log_x(x+1/4) > 0$, **(0, 3/4) $\cup$ (1, $+\infty$)**
- d) $\log_x(x-1/4) > 0$, **(1/4, 1) $\cup$ (5/4, $+\infty$)**

11. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 4, \quad b = 7, \quad c \in$ **(3, 11)**
- b) $a = 1, \quad b = 3, \quad c \in$ **(2, 4)**
- c) $a = 2, \quad b = 3, \quad c \in$ **(1, 5)**
- d) $a = 3, \quad b = 7, \quad c \in$ **(4, 10)**

12. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 2, \quad b = 3, \quad c \in$ **(1, $\sqrt{5}$) $\cup$ ($\sqrt{13}$, 5)**
- b) $a = 3, \quad b = 7, \quad c \in$ **(4, $\sqrt{40}$) $\cup$ ($\sqrt{58}$, 10)**
- c) $a = 4, \quad b = 7, \quad c \in$ **(3, $\sqrt{33}$) $\cup$ ($\sqrt{65}$, 11)**
- d) $a = 1, \quad b = 3, \quad c \in$ **(2, $\sqrt{8}$) $\cup$ ($\sqrt{10}$, 4)**

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

a) $(\log_2 x - 3)^4 \cdot (x - 7)^5 \cdot (x - 11)^7 > 0$, $(\mathbf{0}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$

b) $(\log_2 x - 3) \cdot (x - 7) \cdot (x - 11) > 0$, $(\mathbf{7}, \mathbf{8}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$

c) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x - 7)^6 \cdot (x - 11)^7 > 0$, $(\mathbf{0}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{7}, \mathbf{8}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$

d) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (x - 7)^5 \cdot (x - 11)^8 > 0$, $(\mathbf{0}, \mathbf{7}) \cup (\mathbf{8}, \mathbf{11}) \cup (\mathbf{11}, +\infty)$

2. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią $m \neq n$ taką, że $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

a) $n = 71$, $m = \mathbf{142}$

b) $n = 64$, $m = \mathbf{1}$

c) $n = 60$, $m = \mathbf{15}$

d) $n = 66$, $m = \mathbf{33}$

3. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego 21-wyrazowego $a_1, a_2, \dots, a_{21}$ jest równa $7 \cdot (2a_k + a_m)$. Dla podanej liczby k wskazać takie m , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $k = 11$, $m = \mathbf{11}$

b) $k = 10$, $m = \mathbf{13}$

c) $k = 6$, $m = \mathbf{21}$

d) $k = 8$, $m = \mathbf{17}$

4. Istnieje czworokąt wypukły o kątach miary $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (z zachowaniem kolejności), na którym można opisać okrąg. Dla podanych α, β podać takie γ, δ , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a) $\alpha = 90^\circ, \quad \beta = 170^\circ, \quad \gamma = \mathbf{90^\circ}, \quad \delta = \mathbf{10^\circ}$
- b) $\alpha = 30^\circ, \quad \beta = 100^\circ, \quad \gamma = \mathbf{150^\circ}, \quad \delta = \mathbf{80^\circ}$
- c) $\alpha = 60^\circ, \quad \beta = 120^\circ, \quad \gamma = \mathbf{120^\circ}, \quad \delta = \mathbf{60^\circ}$
- d) $\alpha = 15^\circ, \quad \beta = 15^\circ, \quad \gamma = \mathbf{165^\circ}, \quad \delta = \mathbf{165^\circ}$

5. Dla podanej liczby naturalnej n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\sin \alpha = \sin(n\alpha)$.

- a) $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{45^\circ}$
- b) $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$
- c) $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{30^\circ}$
- d) $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{36^\circ}$

6. Dla podanej liczby naturalnej n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α spełniającą równość $\cos \alpha = \cos(n\alpha)$.

- a) $n = 4, \quad \alpha = \mathbf{72^\circ}$
- b) $n = 3, \quad \alpha = \mathbf{90^\circ}$
- c) $n = 5, \quad \alpha = \mathbf{60^\circ}$
- d) $n = 2, \quad \alpha = \mathbf{120^\circ}$

7. Istnieje **rosnący** postęp arytmetyczny czterowyrazowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie 360 i jednym z wyrazów równym x , którego pierwszy wyraz a_1 jest równy w . Dla podanej liczby x podać zbiór **wszystkich** liczb rzeczywistych w , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

- a) $x = 60, \quad w \in \{0, 60\}$
- b) $x = 120, \quad w \in \{0, 60\}$
- c) $x = 30, \quad w \in \{-90, 30\}$
- d) $x = 180, \quad w \in \{-180, 0\}$

8. Istnieje **rosnący** postęp arytmetyczny czterowyrazowy a_1, a_2, a_3, a_4 o sumie 360 i jednym z wyrazów równym x , którego drugi wyraz a_2 jest równy w . Dla podanej liczby x podać zbiór **wszystkich** liczb rzeczywistych w , dla których powyższe zdanie jest prawdziwe.

- a) $x = 180, \quad w \in \{0, 60\}$
- b) $x = 120, \quad w \in \{60, 80\}$
- c) $x = 60, \quad w \in \{60, 80\}$
- d) $x = 30, \quad w \in \{30, 70\}$

9. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x 9 > 1/2, \quad (1, 81)$
- b) $\log_x 9 < -1/2, \quad (1/81, 1)$
- c) $\log_x 9 < 2, \quad (0, 1) \cup (3, +\infty)$
- d) $\log_x 9 > -2, \quad (0, 1/3) \cup (1, +\infty)$

10. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\log_x(x+1/4) > 0$, $(0, 3/4) \cup (1, +\infty)$
- b) $\log_x(x-5) < 0$, $(5, 6)$
- c) $\log_x(x+1/5) < 0$, $(4/5, 1)$
- d) $\log_x(x-1/4) > 0$, $(1/4, 1) \cup (5/4, +\infty)$

11. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 4$, $b = 7$, $c \in (3, 11)$
- b) $a = 2$, $b = 3$, $c \in (1, 5)$
- c) $a = 1$, $b = 3$, $c \in (2, 4)$
- d) $a = 3$, $b = 7$, $c \in (4, 10)$

12. Dla podanych a, b zapisać w postaci przedziału otwartego lub uporządkowanej sumy przedziałów otwartych zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c , że istnieje trójkąt rozwartokątny o bokach długości a, b, c .

- a) $a = 3$, $b = 7$, $c \in (4, \sqrt{40}) \cup (\sqrt{58}, 10)$
- b) $a = 4$, $b = 7$, $c \in (3, \sqrt{33}) \cup (\sqrt{65}, 11)$
- c) $a = 1$, $b = 3$, $c \in (2, \sqrt{8}) \cup (\sqrt{10}, 4)$
- d) $a = 2$, $b = 3$, $c \in (1, \sqrt{5}) \cup (\sqrt{13}, 5)$