

114. Na potrzeby tego zadania, dla liczby rzeczywistej $a > 1$ zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem

$$S_a(x, y) = a^{\sqrt{\log_a x \cdot \log_a y}}.$$

Podać wartości następujących liczb w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego w przypadku liczb wymiernych. Wpisać literkę **N** w przypadku liczb niewymiernych.

- a) $S_8(2, 16) = \mathbf{4}$;
- b) $S_9(2, 16) = \mathbf{4}$;
- c) $S_8(3, 81) = \mathbf{9}$;
- d) $S_9(3, 81) = \mathbf{9}$.

129. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0, \quad (1, 2) \cup (3, +\infty)$;
- b) $(x-1)^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) > 0, \quad (-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (3, +\infty)$;
- c) $(x-1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x-3) > 0, \quad (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$;
- d) $(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)^2 > 0, \quad (-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$.

130. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|x|-1)^{2013} \cdot (|x|-2)^{2013} > 0, \quad (-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$;
- b) $(|x|-1)^{2013} \cdot (|x|-2)^{2014} > 0,$
 $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$;
- c) $(|x|-1)^{2014} \cdot (|x|-2)^{2013} > 0, \quad (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$;
- d) $(|x|-1)^{2014} \cdot (|x|-2)^{2014} > 0,$
 $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$.

131. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $|x^2 - 17| < 8, \quad (-5, -3) \cup (3, 5)$;
- b) $|x^3 - 14| < 13, \quad (1, 3)$;
- c) $|x^4 - 40| < 41, \quad (-3, 3)$;
- d) $|x^5 - 16| < 16, \quad (0, 2)$.

132. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^2 - 1)(x - 2) < 0, \quad (-\infty, -1) \cup (1, 2)$;
- b) $(x - 2)(x^2 - 4) < 0, \quad (-\infty, -2)$;
- c) $(x^2 - 4)(x - 7)^2 < 0, \quad (-2, 2)$;
- d) $(x - 7)(x^2 - 9)^2 < 0, \quad (-\infty, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, 7)$.

133. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x^2 - 25) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-5, 3) \cup (5, +\infty)$;
- b) $(x^5 - 32) \cdot (x^3 - 27) > 0$, $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$;
- c) $(x^5 - 32) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$;
- d) $(x^2 - 25) \cdot (x^4 - 16) > 0$, $(-\infty, -5) \cup (-2, 2) \cup (5, +\infty)$.

134. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(|\log_5 x| - 1)^2 < 1$, $(1/25, 1) \cup (1, 25)$;
- b) $(|\log_5 x| - 1)^3 < 1$, $(1/25, 25)$;
- c) $(|\log_5 x| - 2)^4 > 1$, $(0, 1/125) \cup (1/5, 5) \cup (125, +\infty)$;
- d) $(|\log_5 x| - 2)^5 > 1$, $(0, 1/125) \cup (125, +\infty)$.

135. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x 4 < 2$, $(0, 1) \cup (2, +\infty)$;
- b) $\log_x 4 < -2$, $(1/2, 1)$;
- c) $\log_x 2 > 2$, $(1, \sqrt{2})$;
- d) $\log_x 2 > -1$, $(0, 1/2) \cup (1, +\infty)$.

136. Niech $A(n) = 4^{4^n}$, $B(n) = 256^{16^n}$, $C(n) = \log_2 A(n)$, $D(n) = \log_2 B(n)$, $E(n) = \log_{C(n)} D(n)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

- a) $E(100) = \mathbf{403/201}$;
- b) $E(200) = \mathbf{803/401}$;
- c) $E(300) = \mathbf{1203/601}$;
- d) $E(400) = \mathbf{1603/801}$.

137. Dla podanej liczby n przyjąć za podstawę logarytmu $a = \sqrt[n]{n}$, a następnie zapisać liczbę $\log_a 2$ w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego

- a) $n = 2$, $\log_a 2 = \mathbf{2}$;
- b) $n = 4$, $\log_a 2 = \mathbf{2}$;
- c) $n = 8$, $\log_a 2 = \mathbf{8/3}$;
- d) $n = 16$, $\log_a 2 = \mathbf{4}$.

138. Dla podanej liczby a wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b , aby spełniona była równość $1 + (\log_5 a) + \log_5 b = \log_5 (2a^2 + 2b^2)$.

- a) $a = 2$, $b = 4$ **lub** $b = 1$;
- b) $a = 3$, $b = 6$ **lub** $b = 3/2$;
- c) $a = 4$, $b = 8$ **lub** $b = 2$;
- d) $a = 6$, $b = 12$ **lub** $b = 3$.

139. Dla podanych liczb a, b podać taką liczbę rzeczywistą c , aby zachodziła równość $\log_a b = \log_b c$.

- a) $a = 3, \quad b = 9, \quad c = 81$;
- b) $a = 9, \quad b = 3, \quad c = \sqrt{3}$;
- c) $a = 5^4, \quad b = 5^6, \quad c = 5^9$;
- d) $a = 7^{5^4}, \quad b = 7^{5^6}, \quad c = 7^{5^8}$.

140. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $\frac{1}{2} < \log_x 8 < 3 \quad (2, 64)$;
- b) $-\frac{1}{2} < \log_x 9 < 2 \quad (0, 1/81) \cup (3, +\infty)$;
- c) $-2 < \log_x 4 < \frac{1}{3} \quad (0, 1/2) \cup (64, +\infty)$;
- d) $-3 < \log_x 64 < -2 \quad (1/8, 1/4)$.

141. Dla podanych liczb a, b zapisać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartość liczby $\log_x y$, gdzie $x = \log_a b$ oraz $y = \log_b a$. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba ta jest niewymierna.

- a) $a = 2^{2^4}, \quad b = 2^{2^6}, \quad \log_x y = -1$;
- b) $a = 2^{2^7}, \quad b = 2^{2^{14}}, \quad \log_x y = -1$;
- c) $a = 2^{2^9}, \quad b = 2^{2^{12}}, \quad \log_x y = -1$;
- d) $a = 2^{2^{16}}, \quad b = 2^{2^{32}}, \quad \log_x y = -1$.

142. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $[\log_{\sqrt{2}} 6] = 5$;
- b) $[\log_{\sqrt{2}} 11] = 6$;
- c) $[\log_{\sqrt{2}} 12] = 7$;
- d) $[\log_{\sqrt{2}} 88] = 12$.

143. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $[\log_2 (\sqrt{6} - \sqrt{5})] = -3$;
- b) $[\log_2 (\sqrt{11} - \sqrt{10})] = -3$;
- c) $[\log_2 (\sqrt{31} - \sqrt{30})] = -4$;
- d) $[\log_2 (\sqrt{66} - \sqrt{65})] = -5$.

144. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $\left[\frac{1}{4 - \sqrt{15}} \right] = \mathbf{7}$;
- b) $\left[\frac{1}{\sqrt{17} - 4} \right] = \mathbf{8}$;
- c) $\left[\frac{1}{5 - 2\sqrt{6}} \right] = \mathbf{9}$;
- d) $\left[\frac{1}{7 - 5\sqrt{2}} \right] = \mathbf{-15}$.

145. Dla podanej liczby naturalnej n podać **największą** liczbę **rzeczywistą** $x < 100$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 11$, $x = \mathbf{88}$;
- b) $n = 21$, $x = \mathbf{84}$;
- c) $n = 41$, $x = \mathbf{82}$;
- d) $n = 124$, $x = \mathbf{62}$.

146. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $[y]$ oraz $\{y\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i ułamkową liczby y . Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego (taka postać odpowiedzi jest częścią zadania, więc wyniki poprawne, ale w innej postaci, nie będą uznawane).

- a) $[x] = 3\{x\}$, $x = 1, (3); 2, (6)$;
- b) $[x] = 4\{x\}$, $x = 1,25; 2,5; 3,75$;
- c) $[x] = 5\{x\}$, $x = 1,2; 2,4; 3,6; 4,8$;
- d) $[x] = 6\{x\}$, $x = 1,1(6); 2,(3); 3,5; 4,(6); 5,8(3)$.

147. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β różną od α i spełniającą równość $\sin \alpha = \sin \beta$.

- a) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = \mathbf{80^\circ}$;
- b) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = \mathbf{130^\circ}$;
- c) $\alpha = 200^\circ$, $\beta = \mathbf{340^\circ}$;
- d) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = \mathbf{450^\circ}$.

148. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\sin \alpha + \sin \beta = 0$.

- a) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = \mathbf{190^\circ}$;
- b) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = \mathbf{260^\circ}$;
- c) $\alpha = 200^\circ$, $\beta = \mathbf{20^\circ}$;
- d) $\alpha = 300^\circ$, $\beta = \mathbf{60^\circ}$.

149. Niech $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją określoną wzorem $f_1(x) = |x - 3|$. Funkcje f_n dla $n \geq 2$ określamy rekurencyjnie wzorem

$$f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x)).$$

Podać wartość

- a) $f_{1000}(1001) = 1$;
- b) $f_{1000}(2002) = 2$;
- c) $f_{1000}(3003) = 3$;
- d) $f_{1000}(4004) = 1004$.

150. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $\left[\log_{10} \log_{10} \left((10^3)! \right) \right] = 3$;
- b) $\left[\log_{10} \log_{10} \left((10^5)! \right) \right] = 5$;
- c) $\left[\log_{10} \log_{10} \left((10^{10})! \right) \right] = 10$;
- d) $\left[\log_{10} \log_{10} \left((10^{20})! \right) \right] = 21$.

151. Funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest określona wzorem $f(x) = |x^2 - 25|$. Zapisać w postaci przedziału zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale Z .

- a) $Z = (-7, -4)$, $[0, 24]$;
- b) $Z = (-6, -1)$, $[0, 24]$;
- c) $Z = (-4, 6)$, $[0, 25]$;
- d) $Z = (-1, 1)$, $(24, 25]$.

152. Funkcja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jest określona wzorem $f(x) = |\log_2 x|$. Zapisać w postaci przedziału zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale Z .

- a) $Z = (0, 1/32)$, $(5, +\infty)$;
- b) $Z = (1/64, 1/2)$, $(1, 6)$;
- c) $Z = (1/8, 4)$, $[0, 3]$;
- d) $Z = (2, 16)$, $(1, 4)$.

153. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β spełniającą równość $\cos \alpha = \sin \beta$.

- a) $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 80^\circ$;
- b) $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 40^\circ$;
- c) $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 190^\circ$;
- d) $\alpha = 200^\circ$, $\beta = 250^\circ$.

154. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $\left[\log_2 \log_2 13^7 \right] = 4$;
- b) $\left[\log_2 \log_2 13^{11} \right] = 5$;
- c) $\left[\log_2 \log_2 13^{15} \right] = 5$;
- d) $\left[\log_2 \log_2 13^{25} \right] = 6$.

155. Podać największą liczbę naturalną n , dla której podana równość jest prawdziwa. Symbol $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $[\log_2 n] = 5, \quad n = \mathbf{63}$;
- b) $[\log_3 n] = 3, \quad n = \mathbf{80}$;
- c) $[\log_5 n] = 2, \quad n = \mathbf{124}$;
- d) $[\log_7 n] = 1, \quad n = \mathbf{48}$.

156. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x(\sqrt{2}-1) > -1, \quad (0, 1) \cup (\sqrt{2}+1, +\infty)$;
- b) $\log_x(2-\sqrt{3}) > -1, \quad (0, 1) \cup (2+\sqrt{3}, +\infty)$;
- c) $\log_x(\sqrt{5}-2) < -1, \quad (1, \sqrt{5}+2)$;
- d) $\log_x(3-\sqrt{8}) < -1, \quad (1, 3+\sqrt{8})$.

157. Dla podanej liczby a podać zbiór rozwiązań nierówności $\log_a x \geq 2$ zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $a = 3, \quad [9, +\infty)$;
- b) $a = 1/4, \quad (0, 1/16]$;
- c) $a = 1/5, \quad (0, 1/25]$;
- d) $a = 6, \quad [36, +\infty)$.

158. Dla podanej liczby a podać zbiór rozwiązań nierówności $\log_a x \geq 2$ zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $a = 3, \quad (1, \sqrt{3}]$;
- b) $a = 1/4, \quad [1/2, 1)$;
- c) $a = 1/5, \quad [1/\sqrt{5}, 1)$;
- d) $a = 6, \quad (1, \sqrt{6}]$.

159. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $\left[\frac{1}{6-\sqrt{34}} \right] = \mathbf{5}$;
- b) $\left[\frac{1}{6-\sqrt{35}} \right] = \mathbf{11}$;
- c) $\left[\frac{1}{6-\sqrt{37}} \right] = \mathbf{-13}$;
- d) $\left[\frac{1}{6-\sqrt{39}} \right] = \mathbf{-5}$.

160. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(3 - \log_2 x)^2 < 1$, $(4, 16)$;
- b) $(3 - \log_2 x)^3 > 1$, $(0, 4)$;
- c) $(3 - \log_2 x)^4 > 1$, $(0, 4) \cup (16, +\infty)$;
- d) $(3 - \log_2 x)^5 < 1$, $(4, +\infty)$.

161. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\log_x 8 \leq 2$, $(0, 1) \cup [2\sqrt{2}, +\infty)$;
- b) $\log_x 8 \geq 1/2$, $(1, 64]$;
- c) $\log_x 8 \leq -2$, $[1/(2\sqrt{2}), 1)$;
- d) $\log_x 8 \geq -1/2$, $(0, 1/64] \cup (1, +\infty)$.

162. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x-1)^{2013} \cdot (x-2)^{2013} > 0$, $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$;
- b) $(x-1)^{2013} \cdot (x-2)^{2014} > 0$, $(1, 2) \cup (2, +\infty)$;
- c) $(x-1)^{2014} \cdot (x-2)^{2013} > 0$, $(2, +\infty)$;
- d) $(x-1)^{2014} \cdot (x-2)^{2014} > 0$, $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$.

163. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $|x-3| < 1$, $(2, 4)$;
- b) $|x-4| > 2$, $(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$;
- c) $|x-5| > 6$, $(-\infty, -1) \cup (11, +\infty)$;
- d) $|x-6| < 5$, $(1, 11)$.

164. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x-1)(x-2) < 0$, $(1, 2)$;
- b) $(x-2)(x-4)^2 < 0$, $(-\infty, 2)$;
- c) $(x-4)^2(x-7) < 0$, $(-\infty, 4) \cup (4, 7)$;
- d) $(x-7)^2(x-9)^2 > 0$, $(-\infty, 7) \cup (7, 9) \cup (9, +\infty)$.

165. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(x-4)(x-9) > 0$, $(-\infty, 4) \cup (9, +\infty)$;
- b) $(x-4)(x^2-9) > 0$, $(-3, 3) \cup (4, +\infty)$;
- c) $(x^2-4)(x-9) > 0$, $(-2, 2) \cup (9, +\infty)$;
- d) $(x^2-4)(x^2-9) > 0$, $(-\infty, -3) \cup (-2, 2) \cup (3, +\infty)$.

166. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $(\log_2 x - 2) \cdot (\log_3 x - 3) > 0, \quad (0, 4) \cup (27, +\infty);$
- b) $(\log_2 x - 3) \cdot (\log_3 x - 2) > 0, \quad (0, 8) \cup (9, +\infty);$
- c) $(\log_2 x - 3)^3 \cdot (\log_3 x - 2)^2 > 0, \quad (8, 9) \cup (9, +\infty);$
- d) $(\log_2 x - 3)^2 \cdot (\log_3 x - 2)^3 > 0, \quad (9, +\infty).$

167. Podać taką liczbę x , że

- a) $\log_2 3 = 2 \cdot \log_2 x, \quad x = \sqrt{3};$
- b) $\log_2 3 = 2 + \log_2 x, \quad x = 3/4;$
- c) $3 \cdot \log_3 2 = \log_3 x, \quad x = 8;$
- d) $3 + \log_3 2 = \log_3 x, \quad x = 54.$

168. Niech $A(n) = 4^{4^n}$, $B(n) = 256^{64^n}$, $C(n) = \log_2 A(n)$, $D(n) = \log_2 B(n)$, $E(n) = \log_{C(n)} D(n)$. Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego:

- a) $E(100) = 3;$
- b) $E(200) = 3;$
- c) $E(300) = 3;$
- d) $E(400) = 3.$

169. Podać wartość podanej liczby w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, gdy podana liczba jest wymierna. Napisać **N**, jeśli podana liczba jest niewymierna.

- a) $\log_2 \log_2 4^{4^4} = 9;$
- b) $\log_2 \log_2 4^{4^5} = 11;$
- c) $\log_2 \log_2 4^{4^6} = 13;$
- d) $\log_2 \log_2 4^{4^8} = 17.$

170. Dla podanych liczb rzeczywistych x i y wskazać taką liczbę rzeczywistą dodatnią a , aby prawdziwa była równość $\log_a x = y$.

- a) $x = 16, \quad y = 2, \quad a = 4;$
- b) $x = 16, \quad y = -4, \quad a = 1/2;$
- c) $x = 2, \quad y = 4, \quad a = \sqrt[4]{2};$
- d) $x = 2, \quad y = -1/4, \quad a = 1/16.$

171. Podać zbiór rozwiązań nierówności zapisując go w postaci przedziału lub sumy przedziałów.

- a) $-\frac{1}{2} < \log_4 x < \frac{3}{2} \quad (1/2, 8);$
- b) $\frac{1}{3} < \log_{64} x < \frac{1}{2} \quad (4, 8);$
- c) $-\frac{3}{5} < \log_{32} x < \frac{4}{5} \quad (1/8, 16);$
- d) $-\frac{3}{2} < \log_9 x < \frac{1}{4} \quad (1/27, \sqrt{3}).$

172. Niech $\prod_{i=m}^n a_i = a_m \cdot a_{m+1} \cdot a_{m+2} \cdot a_{m+3} \cdot \dots \cdot a_{n-1} \cdot a_n$.

Zapisać wartość podanego iloczynu w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego, jeśli liczba jest wymierna. Napisać literkę **N**, jeżeli liczba jest niewymierna.

- a) $\prod_{i=1}^4 \log_{(3i+1)}(3i+4) = 2$;
- b) $\prod_{i=2}^4 \log_{(3i+1)}(3i+4) = \mathbf{N}$;
- c) $\prod_{i=2}^{15} \log_{(3i+1)}(3i+4) = 2$;
- d) $\prod_{i=2}^{16} \log_{(3i+1)}(3i+4) = \mathbf{N}$.

173. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią $m \neq n$ taką, że $\{\log_2 m\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

- a) $n = 48, \quad m = \mathbf{3}$;
- b) $n = 50, \quad m = \mathbf{25}$;
- c) $n = 51, \quad m = \mathbf{102}$;
- d) $n = 52, \quad m = \mathbf{13}$.

174. Podać wartość wyrażenia, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $[\log_{\sqrt{2}} 3] = \mathbf{3}$;
- b) $[\log_{\sqrt{3}} 5] = \mathbf{2}$;
- c) $[\log_{\sqrt{2}} 5] = \mathbf{4}$;
- d) $[\log_{\sqrt{2}} 10] = \mathbf{6}$.

175. Dla podanej liczby n podać najmniejszą liczbę **rzeczywistą** $x > 1$ taką, że $\{\log_2 x\} = \{\log_2 n\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y .

- a) $n = 48, \quad x = \mathbf{3/2}$;
- b) $n = 5, \quad x = \mathbf{5/4}$;
- c) $n = 20, \quad x = \mathbf{5/4}$;
- d) $n = 18, \quad x = \mathbf{9/8}$.

176. Dla podanej liczby naturalnej k podać **największą** liczbę **naturalną** n taką, że $[\log_k n] = [\log_k 27]$, gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .

- a) $k = 2, \quad n = \mathbf{31}$;
- b) $k = 3, \quad n = \mathbf{80}$;
- c) $k = 4, \quad n = \mathbf{63}$;
- d) $k = 5, \quad n = \mathbf{124}$.

177. Podać zbiór rozwiązań równania w postaci przedziału lub sumy przedziałów. Symbol $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y .

- a) $[\log_3 \log_2 x] = 0, \quad \left(\sqrt[3]{2}, 8\right);$
- b) $[\log_2 \log_3 x] = 0, \quad \left(\sqrt{3}, 9\right);$
- c) $[\log_3 \log_3 x] = 1, \quad \left(\sqrt[9]{3}, \sqrt[3]{3}\right] \cup [27, 3^9);$
- d) $[\log_2 \log_2 x] = 3, \quad \left(\sqrt[16]{2}, \sqrt[8]{2}\right] \cup [256, 2^{16}).$

178. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β różną od α i spełniającą równość $\cos \alpha = \cos \beta$.

- a) $\alpha = 100^\circ, \quad \beta = 260^\circ;$
- b) $\alpha = 180^\circ, \quad \beta = 540^\circ;$
- c) $\alpha = 300^\circ, \quad \beta = 60^\circ;$
- d) $\alpha = 400^\circ, \quad \beta = 40^\circ.$

179. Funkcja f jest zdefiniowana wzorem $f(x) = \{\log_{27} x\}$, gdzie $\{y\}$ oznacza część ułamkową liczby y . Zapisać zbiór wartości funkcji f na podanym przedziale w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używać różnicy zbiorów).

- a) $\left(1/3, \sqrt{3}\right), \quad [0, 1/6) \cup (2/3, 1);$
- b) $(3, 81), \quad [0, 1/3) \cup (1/3, 1);$
- c) $\left(9, 27\sqrt{3}\right), \quad [0, 1/6) \cup (2/3, 1);$
- d) $\left(27\sqrt[3]{3}, 81\sqrt{3}\right), \quad (1/9, 1/2).$

180. Dla podanych liczb m, n podać najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach) spełniającą równanie $\sin(m\alpha) = \sin(n\alpha)$.

- a) $m = 2, \quad n = 3, \quad \alpha = 36^\circ;$
- b) $m = 3, \quad n = 7, \quad \alpha = 18^\circ;$
- c) $m = 4, \quad n = 5, \quad \alpha = 20^\circ;$
- d) $m = 5, \quad n = 13, \quad \alpha = 10^\circ.$