

Czwartek 21.05.2015 (4 godziny 8–12, grupa 1), piątki (grupa 2) – zad. 181–200.
Wtorki (obie grupy z dr. Elsnerem) – omówienie kolokwii 008 i 5, powtórka.

181. Mając narysowany okrąg i jego środek, skonstruować kąt prosty przy użyciu samej linijki.

182. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Wiadomo, że

$$\sphericalangle AOB = \sphericalangle ACB + 60^\circ.$$

Wyznaczyć miarę kąta ACB .

183. Niech $0 < a \leq b \leq c$. Dokończyć i uzasadnić:

- a) Z odcinków o długościach a, b, c można zbudować trójkąt wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- b) Z odcinków o długościach a, b, c można zbudować trójkąt prostokątny wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- c) Z odcinków o długościach a, b, c można zbudować trójkąt rozwartokątny wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- d) Z odcinków o długościach a, b, c można zbudować trójkąt ostrokątny wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- e) Z odcinków o długościach a, b, c można zbudować trójkąt o jednym z kątów mającym miarę 120° wtedy i tylko wtedy, gdy ...
- f) Z odcinków o długościach a, b, c można zbudować trójkąt o jednym z kątów mającym miarę 60° wtedy i tylko wtedy, gdy ...

184. Poniższe warunki dotyczą czworokąta wypukłego. Połączyć je w pary warunków równoważnych.

- a) w czworokąt można wpisać okrąg
- b) na czworokącie można opisać okrąg
- c) czworokąt jest równoległobokiem
- d) czworokąt jest rombem
- e) czworokąt jest prostokątem
- f) sumy miar przeciwległych kątów są równe
- g) sumy długości przeciwległych boków są równe
- h) sumy kwadratów długości przeciwległych boków są równe
- i) przekątne są równej długości i dzielą się na połowy
- j) przekątne są prostopadłe i dzielą się na połowy
- k) przekątne są prostopadłe
- l) przekątne dzielą się na połowy

185. Dany jest jedenastokąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{11}$. Połączyć podane czworokąty w pary czworokątów przystających

- a) $A_1A_2A_4A_9$
- b) $A_1A_3A_7A_{11}$
- c) $A_1A_4A_{10}A_{11}$
- d) $A_1A_6A_9A_{10}$
- e) $A_1A_4A_6A_{11}$
- f) $A_1A_2A_3A_9$
- g) $A_1A_6A_8A_{11}$
- h) $A_1A_3A_4A_8$

Które czworokąty mają równe pola?

186. W trapezie o wysokości 9 ramiona mają długości 15 i 41, a dolna podstawa ma długość 60. Jaka jest długość górnej podstawy?

187. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ poniższe zdanie jest prawdziwe

- a) Dowolny n -kąt wpisany w okrąg i mający wszystkie boki równej długości jest foremny.
- b) Dowolny n -kąt wpisany w okrąg i mający wszystkie kąty równej miary jest foremny.
- c) Dowolny n -kąt opisany na okręgu i mający wszystkie boki równej długości jest foremny.
- d) Dowolny n -kąt opisany na okręgu i mający wszystkie kąty równej miary jest foremny.

188. Wykazać, że dla sześciokąta o bokach a, b, c, d, e, f (z zachowaniem kolejności) równość

$$a + c + e = b + d + f$$

jest warunkiem (koniecznym/dostatecznym)¹ na to, aby w sześciokąt można było wpisać okrąg. Pokazać na przykładzie, że nie jest to warunek (konieczny/dostateczny)¹.

189. Dany jest dwunastokąt foremny $A_1A_2A_3 \dots A_{12}$. Dla podanych dwóch przekątnych wskazać trzecią przekątną przechodzącą przez ich punkt przecięcia.

- a) A_1A_7, A_3A_9
- b) A_1A_5, A_2A_8
- c) A_1A_5, A_3A_7
- d) A_1A_6, A_4A_9

190. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokąt wypukły o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) można było wpisać okrąg. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 5, ;
- b) 5, 7, 7, ;
- c) 5, 7, 4, ;
- d) 5, 7, 6,

191. W miejscu kropek napisać taką liczbę rzeczywistą, aby w czworokącie wypukłym o bokach podanej długości (z zachowaniem kolejności) przekątne były prostopadłe. Napisać **NIE**, jeśli taka liczba nie istnieje.

- a) 5, 7, 5, ;
- b) 5, 7, 7, ;
- c) 5, 7, 4, ;
- d) 5, 7, 6,

192. Dany jest piętnastokąt foremny $A_1A_2A_3 \dots A_{15}$. Dla podanych liczb m, n podać **wszystkie** takie liczby k , że trójkąt $A_mA_nA_k$ ma co najmniej jeden kąt o mierze 60°

- a) $m = 1, \quad n = 4, \quad k \in \{ \dots \} ;$
- b) $m = 1, \quad n = 5, \quad k \in \{ \dots \} ;$
- c) $m = 1, \quad n = 8, \quad k \in \{ \dots \} ;$
- d) $m = 1, \quad n = 10, \quad k \in \{ \dots \} .$

¹niepotrzebne skreślić

193. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Dla podanej miary kąta $\sphericalangle ABC$ podać miarę kąta wypukłego $\sphericalangle AOC$.

- a) $\sphericalangle ABC = 50^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots\dots\dots$;
 b) $\sphericalangle ABC = 80^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots\dots\dots$;
 c) $\sphericalangle ABC = 100^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots\dots\dots$;
 d) $\sphericalangle ABC = 150^\circ$, $\sphericalangle AOC = \dots\dots\dots$.

194. Uzupełnij dane dotyczące n -kąta foremnego, gdzie LP jest liczbą przekątnych, a MKW miarą kąta wewnętrznego.

- a) $n = 6$, LP = $\dots\dots\dots$, MKW = $\dots\dots\dots$;
 b) $n = \dots\dots\dots$, LP = $\dots\dots\dots$, MKW = 140° ;
 c) $n = \dots\dots\dots$, LP = $\dots\dots\dots$, MKW = 150° ;
 d) $n = \dots\dots\dots$, LP = 170, MKW = $\dots\dots\dots$.

195. Dany jest 20-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{20}$. Podać miarę kąta

- a) $\sphericalangle A_6A_{17}A_7 = \dots\dots\dots$;
 b) $\sphericalangle A_6A_7A_{17} = \dots\dots\dots$;
 c) $\sphericalangle A_6A_2A_{17} = \dots\dots\dots$;
 d) $\sphericalangle A_6A_{20}A_{17} = \dots\dots\dots$.

196. Dany jest n -kąt foremny $A_1A_2\dots A_n$. Podać miarę kąta $\sphericalangle A_1A_2A_4$, jeżeli

- a) $n = 6$, $\dots\dots\dots$;
 b) $n = 9$, $\dots\dots\dots$;
 c) $n = 18$, $\dots\dots\dots$;
 d) $n = 27$, $\dots\dots\dots$.

197. W okrąg o promieniu R wpisano taki czworokąt $ABCD$, że $AB = BC = a$ oraz $CD = DA = b$. Podać wzór na R w zależności od a i b . Wzór nie może zawierać funkcji trygonometrycznych.

198. W okrąg o promieniu R wpisano taki sześciokąt $ABCDEF$, że $AB = BC = CD = a$ oraz $DE = EF = FA = b$. Podać wzór (**bez funkcji trygonometrycznych**) na R w zależności od a i b .

199. W okrąg o promieniu R wpisano taki ośmiokąt $ABCDEFGH$, że $AB = BC = CD = DE = a$ oraz $EF = FG = GH = HA = b$. Uzupełnić wzór na R w zależności od a i b , wpisując w miejscu kropek odpowiednie współczynniki.

$$R = \sqrt{\dots\dots\dots \cdot a^2 + \dots\dots\dots \cdot ab + \dots\dots\dots \cdot b^2}$$

200. W okrąg o promieniu R wpisany jest taki dwunastokąt $ABCDEFGHIJKL$, że $AB = BC = CD = DE = EF = FG = a$ oraz $GH = HI = IJ = JK = KL = LA = b$. Uzupełnić wzór na R w zależności od a i b , wpisując w miejscu kropek odpowiednie współczynniki.

$$R = \sqrt{\dots\dots\dots \cdot a^2 + \dots\dots\dots \cdot ab + \dots\dots\dots \cdot b^2}$$