| 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Nazwisko | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 0

Imię | | | | | | | | | | | | | | Indeks | | | | | | |

**ANALIZA 1, KOLOKWIUM nr 58, 20.01.2017, godz. 8:15–10:00**

Wykład: J. Wróblewski

**PODCZAS KOLOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW**

*Zadanie* **66. (10 punktów)**

Niech funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefinowanej wzorem $g(x)=x^3+9x$. Obliczyć $f'(0)$, $f'(10)$ i $f'(100)$.

*Zadanie* **67. (10 punktów)** Funkcja różniczkowalna $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$ spełnia warunki $f(2)=2$ i $f(4)=8$. Rozstrzygnąć, czy stąd wynika istnienie takiej liczby rzeczywistej dodatniej $x$, że $f'(x)=\sqrt{f(x)}$.

*Zadanie* **68. (20 punktów)** Funkcja różniczkowalna $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$ spełnia warunki $f(2)=1$ i $f(4)=4$. Rozstrzygnąć, czy stąd wynika istnienie takiej liczby rzeczywistej dodatniej $x$, że $f'(x)=\sqrt{f(x)}$.

*Zadanie* **69. (10 punktów)**

Dana jest funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określona wzorem $f(x)=\ln\left(e^x+e^{-x}\right)$. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych $x, y$ zachodzi nierówność

$$|f(x)-f(y)|\leqslant|x-y|\,.$$

*Zadanie* **70. (10 punktów)** Udowodnić nierówność

$$26\cdot e^{\operatorname{arctg} 5}<25\cdot e^{\operatorname{arctg} 7}\,.$$