

ANALIZA 1, KOŁOKWIUM nr 60, 3.02.2017, godz. 8:15–10:00

Zadanie 75. (20 punktów)

W każdym z zadań 75.1-75.10 podaj w postaci uproszczonej kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz TAK albo NIE, ewentualnie T albo N).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty = \infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 2 punkty.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie (i w postaci uproszczonej) oba kresy i poprawnie określisz przynależność jednego z nich do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy (ale co najmniej jeden w postaci rażąco nieuproszczonej) i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ oznacza zbiór liczb naturalnych (całkowitych dodatnich).

75.1. $A = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{2^m} = 4^{4^n} \right\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

75.2. $B = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 2^{2^m} = 16^{16^n} \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

75.3. $C = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 4^{4^m} = 16^{16^n} \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

75.4. $D = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N} \wedge 3^{3^m} = 27^{27^n} \right\}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

75.5. $E = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 41} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

75.6. $F = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 43} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf F = \dots\dots\dots$ $\sup F = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru F Czy kres górny należy do zbioru F

75.7. $G = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2 - 45} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf G = \dots\dots\dots$ $\sup G = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru G Czy kres górny należy do zbioru G

75.8. $H = \left\{ \frac{x}{4} - \arctg x : x \in [0, +\infty) \right\}$ Ocena

$\inf H = \dots\dots\dots$ $\sup H = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru H Czy kres górny należy do zbioru H

75.9. $I = \left\{ \frac{x}{2} - \arctg x : x \in [0, +\infty) \right\}$ Ocena

$\inf I = \dots\dots\dots$ $\sup I = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru I Czy kres górny należy do zbioru I

75.10. $J = \left\{ \frac{3x}{4} - \arctg x : x \in [0, +\infty) \right\}$ Ocena

$\inf J = \dots\dots\dots$ $\sup J = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru J Czy kres górny należy do zbioru J

Zadanie 76. (20 punktów)

Niech funkcja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcją odwrotną do funkcji $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej wzorem

$$g(x) = \frac{x^3}{3} + x.$$

Podać w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego wartości pochodnej drugiego rzędu funkcji f w podanych punktach.

Punktacja: Po **6 punktów** za każdą poprawną odpowiedź oraz dodatkowe **2 punkty** za komplet poprawnych odpowiedzi.

$$f''\left(\frac{4}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

$$f''\left(\frac{14}{3}\right) = \dots\dots\dots$$

$$f''(12) = \dots\dots\dots$$

