W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=\mathbf{21}$

b) $p=20$, $q=\mathbf{44}$

c) $p=30$, $q=\mathbf{69}$

d) $p=50$, $q=\mathbf{125}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50$, $q=\mathbf{75}$

b) $p=30$, $q=\mathbf{51}$

c) $p=20$, $q=\mathbf{36}$

d) $p=10$, $q=\mathbf{19}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0,\, 27})$

b) $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25,\, +\infty})$

c) $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81,\, +\infty})$

d) $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0,\, 32})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \boldsymbol{\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)}$

b) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad \boldsymbol{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}$

c) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad \boldsymbol{[1, +\infty)}$

d) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \boldsymbol{\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)}$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

b) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

c) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

d) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30, 70})$

b) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15, 39})$

c) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1, 7})$

d) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2, 14})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(1+x)=x$, $\quad x=\mathbf{1}$

b) $\log_2(2+2x)=x$, $\quad x=\mathbf{3}$

c) $\log_3(1+20x)=x$, $\quad x=\mathbf{4}$

d) $\log_2(27+x)=x$, $\quad x=\mathbf{5}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=40$, $\quad q=20$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 40})$

b) $p=30$, $\quad q=40$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 35})$

c) $p=20$, $\quad q=60$, $\quad r\in(\mathbf{20,\ 40})$

d) $p=10$, $\quad q=90$, $\quad r\in(\mathbf{10,\ 50})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_7 x<\log_x 7$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

b) $\log_3 x<\log_x 3$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

c) $\log_2 x<\log_x 2$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

d) $\log_5 x<\log_x 5$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
- liczba n nie jest podzielna przez k,
- liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
- liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

b) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

c) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

d) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

b) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

c) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

d) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

b) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

c) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

d) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o p% większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o q% większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=30$, $q=\mathbf{69}$ **b)** $p=20$, $q=\mathbf{44}$

c) $p=10$, $q=\mathbf{21}$ **d)** $p=50$, $q=\mathbf{125}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o p% mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o q% mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=\mathbf{19}$ **b)** $p=20$, $q=\mathbf{36}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{75}$ **d)** $p=30$, $q=\mathbf{51}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81},+\infty)$ **b)** $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0},\mathbf{27})$

c) $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25},+\infty)$ **d)** $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0},\mathbf{32})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \left(-\boldsymbol{\infty}, -\sqrt{\mathbf{2}}\right] \cup \left[\sqrt{\mathbf{2}}, +\boldsymbol{\infty}\right)$

b) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \left(-\boldsymbol{\infty}, -\sqrt{\mathbf{2}}\right] \cup \left[\sqrt{\mathbf{2}}, +\boldsymbol{\infty}\right)$

c) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad [\mathbf{1}, +\boldsymbol{\infty})$

d) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad (-\boldsymbol{\infty}, -\mathbf{1}] \cup [\mathbf{1}, +\boldsymbol{\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

b) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

c) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

d) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=9$, $b=3$, $c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15}, \mathbf{39})$

b) $a=2$, $b=4$, $c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2}, \mathbf{14})$

c) $a=4$, $b=50$, $c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30}, \mathbf{70})$

d) $a=1$, $b=2$, $c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1}, \mathbf{7})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(1+x)=x, \quad x=\mathbf{1}$

b) $\log_2(2+2x)=x, \quad x=\mathbf{3}$

c) $\log_2(27+x)=x, \quad x=\mathbf{5}$

d) $\log_3(1+20x)=x, \quad x=\mathbf{4}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=10, \quad q=90, \quad r\in(\mathbf{10,\ 50})$

b) $p=30, \quad q=40, \quad r\in(\mathbf{30,\ 35})$

c) $p=20, \quad q=60, \quad r\in(\mathbf{20,\ 40})$

d) $p=40, \quad q=20, \quad r\in(\mathbf{30,\ 40})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<\log_x 3, \quad (\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

b) $\log_5 x<\log_x 5, \quad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

c) $\log_2 x<\log_x 2, \quad (\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

d) $\log_7 x<\log_x 7, \quad (\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

b) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

d) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

b) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

d) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

b) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

c) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

d) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=30$, $q=\mathbf{69}$

b) $p=10$, $q=\mathbf{21}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{125}$

d) $p=20$, $q=\mathbf{44}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50$, $q=\mathbf{75}$

b) $p=20$, $q=\mathbf{36}$

c) $p=10$, $q=\mathbf{19}$

d) $p=30$, $q=\mathbf{51}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25},+\infty)$

b) $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0},\mathbf{27})$

c) $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81},+\infty)$

d) $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0},\mathbf{32})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

b) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad [\boldsymbol{1,\,+\infty})$

c) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

d) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad (\boldsymbol{-\infty,\,-1}]\cup[\boldsymbol{1,\,+\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

b) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

c) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

d) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15,\,39})$

b) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2,\,14})$

c) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30,\,70})$

d) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1,\,7})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(2+2x)=x$, $\quad x=\mathbf{3}$

b) $\log_2(27+x)=x$, $\quad x=\mathbf{5}$

c) $\log_2(1+x)=x$, $\quad x=\mathbf{1}$

d) $\log_3(1+20x)=x$, $\quad x=\mathbf{4}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=40$, $\quad q=20$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 40})$

b) $p=30$, $\quad q=40$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 35})$

c) $p=20$, $\quad q=60$, $\quad r\in(\mathbf{20,\ 40})$

d) $p=10$, $\quad q=90$, $\quad r\in(\mathbf{10,\ 50})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<\log_x 3$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

b) $\log_7 x<\log_x 7$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

c) $\log_2 x<\log_x 2$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

d) $\log_5 x<\log_x 5$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
- liczba n nie jest podzielna przez k,
- liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
- liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$ **b)** $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$ **d)** $k=6$, $n=\mathbf{8}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=\mathbf{24}$ **b)** $m=20$, $k=\mathbf{12}$

c) $m=10$, $k=\mathbf{8}$ **d)** $m=50$, $k=\mathbf{24}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

b) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

c) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

d) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=\mathbf{21}$

b) $p=50$, $q=\mathbf{125}$

c) $p=20$, $q=\mathbf{44}$

d) $p=30$, $q=\mathbf{69}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50$, $q=\mathbf{75}$

b) $p=10$, $q=\mathbf{19}$

c) $p=30$, $q=\mathbf{51}$

d) $p=20$, $q=\mathbf{36}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81},+\infty)$

b) $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0},\mathbf{27})$

c) $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0},\mathbf{32})$

d) $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25},+\infty)$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \boldsymbol{\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)}$

b) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \boldsymbol{\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)}$

c) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad \boldsymbol{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}$

d) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad \boldsymbol{[1, +\infty)}$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

b) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

c) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

d) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad d\in\boldsymbol{(15, 39)}$

b) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad d\in\boldsymbol{(2, 14)}$

c) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad d\in\boldsymbol{(30, 70)}$

d) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad d\in\boldsymbol{(1, 7)}$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_3(1+20x)=x$, $\quad x=\mathbf{4}$

b) $\log_2(2+2x)=x$, $\quad x=\mathbf{3}$

c) $\log_2(27+x)=x$, $\quad x=\mathbf{5}$

d) $\log_2(1+x)=x$, $\quad x=\mathbf{1}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=40$, $\quad q=20$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 40})$

b) $p=30$, $\quad q=40$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 35})$

c) $p=20$, $\quad q=60$, $\quad r\in(\mathbf{20,\ 40})$

d) $p=10$, $\quad q=90$, $\quad r\in(\mathbf{10,\ 50})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_7 x<\log_x 7$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

b) $\log_2 x<\log_x 2$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

c) $\log_3 x<\log_x 3$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

d) $\log_5 x<\log_x 5$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

b) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

c) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

d) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

b) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

d) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

b) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

c) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

d) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=30$, $q=\mathbf{69}$ **b)** $p=10$, $q=\mathbf{21}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{125}$ **d)** $p=20$, $q=\mathbf{44}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=30$, $q=\mathbf{51}$ **b)** $p=50$, $q=\mathbf{75}$

c) $p=20$, $q=\mathbf{36}$ **d)** $p=10$, $q=\mathbf{19}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0,32})$ **b)** $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81,+\infty})$

c) $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0,27})$ **d)** $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25,+\infty})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad(\boldsymbol{-\infty,\,-1}]\cup[\boldsymbol{1,\,+\infty})$

b) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad\left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

c) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad\left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

d) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad[\boldsymbol{1,\,+\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=40^\circ$, $\quad\beta=\mathbf{10}^\circ$

b) $\alpha=10^\circ$, $\quad\beta=\mathbf{70}^\circ$

c) $\alpha=20^\circ$, $\quad\beta=\mathbf{50}^\circ$

d) $\alpha=30^\circ$, $\quad\beta=\mathbf{30}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=9$, $b=3$, $c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15,\,39})$

b) $a=1$, $b=2$, $c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1,\,7})$

c) $a=4$, $b=50$, $c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30,\,70})$

d) $a=2$, $b=4$, $c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2,\,14})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(1+x)=x$, $\quad x=\mathbf{1}$

b) $\log_3(1+20x)=x$, $\quad x=\mathbf{4}$

c) $\log_2(2+2x)=x$, $\quad x=\mathbf{3}$

d) $\log_2(27+x)=x$, $\quad x=\mathbf{5}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=30$, $q=40$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 35})$

b) $p=20$, $q=60$, $\quad r\in(\mathbf{20,\ 40})$

c) $p=40$, $q=20$, $\quad r\in(\mathbf{30,\ 40})$

d) $p=10$, $q=90$, $\quad r\in(\mathbf{10,\ 50})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<\log_x 3$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

b) $\log_7 x<\log_x 7$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

c) $\log_2 x<\log_x 2$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

d) $\log_5 x<\log_x 5$, $\quad (\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

b) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

d) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

b) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

d) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

b) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

c) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

d) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=20,\quad q=\mathbf{44}$

b) $p=30,\quad q=\mathbf{69}$

c) $p=10,\quad q=\mathbf{21}$

d) $p=50,\quad q=\mathbf{125}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50,\quad q=\mathbf{75}$

b) $p=10,\quad q=\mathbf{19}$

c) $p=30,\quad q=\mathbf{51}$

d) $p=20,\quad q=\mathbf{36}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<3,\quad (\mathbf{0,\,27})$

b) $\log_5 x>2,\quad (\mathbf{25,\,+\infty})$

c) $\log_3 x>4,\quad (\mathbf{81,\,+\infty})$

d) $\log_2 x<5,\quad (\mathbf{0,\,32})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right] \cup \left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

b) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad (\boldsymbol{-\infty,\,-1}] \cup [\boldsymbol{1,\,+\infty})$

c) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right] \cup \left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

d) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad [\boldsymbol{1,\,+\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

b) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

c) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

d) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1,\,7})$

b) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30,\,70})$

c) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15,\,39})$

d) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2,\,14})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(2+2x)=x$, $x=\mathbf{3}$

b) $\log_2(27+x)=x$, $x=\mathbf{5}$

c) $\log_3(1+20x)=x$, $x=\mathbf{4}$

d) $\log_2(1+x)=x$, $x=\mathbf{1}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=40$, $q=20$, $r\in(\mathbf{30,\ 40})$

b) $p=20$, $q=60$, $r\in(\mathbf{20,\ 40})$

c) $p=10$, $q=90$, $r\in(\mathbf{10,\ 50})$

d) $p=30$, $q=40$, $r\in(\mathbf{30,\ 35})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_5 x<\log_x 5$, $(\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

b) $\log_3 x<\log_x 3$, $(\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

c) $\log_7 x<\log_x 7$, $(\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

d) $\log_2 x<\log_x 2$, $(\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
- liczba n nie jest podzielna przez k,
- liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
- liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

b) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

d) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

b) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

d) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

b) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

c) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

d) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=20$, $q=\mathbf{44}$ **b)** $p=30$, $q=\mathbf{69}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{125}$ **d)** $p=10$, $q=\mathbf{21}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=\mathbf{19}$ **b)** $p=30$, $q=\mathbf{51}$

c) $p=20$, $q=\mathbf{36}$ **d)** $p=50$, $q=\mathbf{75}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0, 27})$ **b)** $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0, 32})$

c) $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81, +\infty})$ **d)** $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25, +\infty})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2,\qquad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

b) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4,\qquad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

c) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1,\qquad (\boldsymbol{-\infty,\,-1}]\cup[\boldsymbol{1,\,+\infty})$

d) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1,\qquad [\boldsymbol{1,\,+\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=20^\circ,\qquad \beta=\mathbf{50}^\circ$

b) $\alpha=10^\circ,\qquad \beta=\mathbf{70}^\circ$

c) $\alpha=40^\circ,\qquad \beta=\mathbf{10}^\circ$

d) $\alpha=30^\circ,\qquad \beta=\mathbf{30}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=9,\quad b=3,\quad c=27,\qquad d\in(\mathbf{15,\,39})$

b) $a=4,\quad b=50,\quad c=16,\qquad d\in(\mathbf{30,\,70})$

c) $a=1,\quad b=2,\quad c=4,\qquad d\in(\mathbf{1,\,7})$

d) $a=2,\quad b=4,\quad c=8,\qquad d\in(\mathbf{2,\,14})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(2+2x)=x$, $\quad x=\mathbf{3}$

b) $\log_2(1+x)=x$, $\quad x=\mathbf{1}$

c) $\log_2(27+x)=x$, $\quad x=\mathbf{5}$

d) $\log_3(1+20x)=x$, $\quad x=\mathbf{4}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=20$, $\quad q=60$, $\quad r\in(\mathbf{20,\,40})$

b) $p=10$, $\quad q=90$, $\quad r\in(\mathbf{10,\,50})$

c) $p=40$, $\quad q=20$, $\quad r\in(\mathbf{30,\,40})$

d) $p=30$, $\quad q=40$, $\quad r\in(\mathbf{30,\,35})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_5 x<\log_x 5$, $\quad (\mathbf{0,\,1/5})\cup(\mathbf{1,\,5})$

b) $\log_2 x<\log_x 2$, $\quad (\mathbf{0,\,1/2})\cup(\mathbf{1,\,2})$

c) $\log_7 x<\log_x 7$, $\quad (\mathbf{0,\,1/7})\cup(\mathbf{1,\,7})$

d) $\log_3 x<\log_x 3$, $\quad (\mathbf{0,\,1/3})\cup(\mathbf{1,\,3})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
- liczba n nie jest podzielna przez k,
- liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
- liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$ **b)** $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=6$, $n=\mathbf{8}$ **d)** $k=10$, $n=\mathbf{25}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=\mathbf{24}$ **b)** $m=10$, $k=\mathbf{8}$

c) $m=20$, $k=\mathbf{12}$ **d)** $m=50$, $k=\mathbf{24}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=6$, $n\in\{\mathbf{6, 12, 18, 36}\}$

b) $k=2$, $n\in\{\mathbf{2, 4}\}$

c) $k=4$, $n\in\{\mathbf{4, 8, 16}\}$

d) $k=10$, $n\in\{\mathbf{10, 20, 50, 100}\}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=20$, $q=\mathbf{44}$

b) $p=30$, $q=\mathbf{69}$

c) $p=10$, $q=\mathbf{21}$

d) $p=50$, $q=\mathbf{125}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=20$, $q=\mathbf{36}$

b) $p=10$, $q=\mathbf{19}$

c) $p=30$, $q=\mathbf{51}$

d) $p=50$, $q=\mathbf{75}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_5 x > 2$, $(\mathbf{25, +\infty})$

b) $\log_3 x > 4$, $(\mathbf{81, +\infty})$

c) $\log_2 x < 5$, $(\mathbf{0, 32})$

d) $\log_3 x < 3$, $(\mathbf{0, 27})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

b) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\,-\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\,+\infty}\right)$

c) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad [\boldsymbol{1,\,+\infty})$

d) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad (\boldsymbol{-\infty,\,-1}]\cup[\boldsymbol{1,\,+\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

b) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

c) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

d) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1,\,7})$

b) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15,\,39})$

c) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2,\,14})$

d) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30,\,70})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(2+2x)=x$, $x=\mathbf{3}$

b) $\log_3(1+20x)=x$, $x=\mathbf{4}$

c) $\log_2(1+x)=x$, $x=\mathbf{1}$

d) $\log_2(27+x)=x$, $x=\mathbf{5}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=30$, $q=40$, $r\in(\mathbf{30,\ 35})$

b) $p=10$, $q=90$, $r\in(\mathbf{10,\ 50})$

c) $p=20$, $q=60$, $r\in(\mathbf{20,\ 40})$

d) $p=40$, $q=20$, $r\in(\mathbf{30,\ 40})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_7 x<\log_x 7$, $(\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

b) $\log_2 x<\log_x 2$, $(\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

c) $\log_3 x<\log_x 3$, $(\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

d) $\log_5 x<\log_x 5$, $(\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$ **b)** $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$ **d)** $k=6$, $n=\mathbf{8}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=50$, $k=\mathbf{24}$ **b)** $m=100$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=10$, $k=\mathbf{8}$ **d)** $m=20$, $k=\mathbf{12}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

b) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

c) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

d) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=\mathbf{21}$

b) $p=20$, $q=\mathbf{44}$

c) $p=30$, $q=\mathbf{69}$

d) $p=50$, $q=\mathbf{125}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=30$, $q=\mathbf{51}$

b) $p=20$, $q=\mathbf{36}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{75}$

d) $p=10$, $q=\mathbf{19}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x > 4$, $(\mathbf{81}, +\infty)$

b) $\log_5 x > 2$, $(\mathbf{25}, +\infty)$

c) $\log_3 x < 3$, $(\mathbf{0}, \mathbf{27})$

d) $\log_2 x < 5$, $(\mathbf{0}, \mathbf{32})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad$ $[\mathbf{1},+\infty)$

b) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad$ $\left(-\infty,-\sqrt{\mathbf{2}}\right]\cup\left[\sqrt{\mathbf{2}},+\infty\right)$

c) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad$ $\left(-\infty,-\sqrt{\mathbf{2}}\right]\cup\left[\sqrt{\mathbf{2}},+\infty\right)$

d) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad$ $(-\infty,-\mathbf{1}]\cup[\mathbf{1},+\infty)$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=30^\circ$, $\quad$ $\beta=\mathbf{30}^\circ$

b) $\alpha=20^\circ$, $\quad$ $\beta=\mathbf{50}^\circ$

c) $\alpha=10^\circ$, $\quad$ $\beta=\mathbf{70}^\circ$

d) $\alpha=40^\circ$, $\quad$ $\beta=\mathbf{10}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad$ $d\in(\mathbf{2},\mathbf{14})$

b) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad$ $d\in(\mathbf{1},\mathbf{7})$

c) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad$ $d\in(\mathbf{30},\mathbf{70})$

d) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad$ $d\in(\mathbf{15},\mathbf{39})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(2+2x)=x$, $x=\mathbf{3}$

b) $\log_2(27+x)=x$, $x=\mathbf{5}$

c) $\log_2(1+x)=x$, $x=\mathbf{1}$

d) $\log_3(1+20x)=x$, $x=\mathbf{4}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=10$, $q=90$, $r\in(\mathbf{10,\,50})$

b) $p=30$, $q=40$, $r\in(\mathbf{30,\,35})$

c) $p=20$, $q=60$, $r\in(\mathbf{20,\,40})$

d) $p=40$, $q=20$, $r\in(\mathbf{30,\,40})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_7 x<\log_x 7$, $(\mathbf{0,\,1/7})\cup(\mathbf{1,\,7})$

b) $\log_5 x<\log_x 5$, $(\mathbf{0,\,1/5})\cup(\mathbf{1,\,5})$

c) $\log_3 x<\log_x 3$, $(\mathbf{0,\,1/3})\cup(\mathbf{1,\,3})$

d) $\log_2 x<\log_x 2$, $(\mathbf{0,\,1/2})\cup(\mathbf{1,\,2})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

b) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

d) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

b) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

d) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

b) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

c) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

d) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=\mathbf{21}$ **b)** $p=20$, $q=\mathbf{44}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{125}$ **d)** $p=30$, $q=\mathbf{69}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50$, $q=\mathbf{75}$ **b)** $p=30$, $q=\mathbf{51}$

c) $p=10$, $q=\mathbf{19}$ **d)** $p=20$, $q=\mathbf{36}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0, 32})$ **b)** $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0, 27})$

c) $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81, +\infty})$ **d)** $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25, +\infty})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad (\boldsymbol{-\infty,\ -1}]\cup[\boldsymbol{1,\ +\infty})$

b) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\ -\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\ +\infty}\right)$

c) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \left(\boldsymbol{-\infty,\ -\sqrt{2}}\right]\cup\left[\boldsymbol{\sqrt{2},\ +\infty}\right)$

d) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad [\boldsymbol{1,\ +\infty})$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

b) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

c) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

d) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=4$, $b=50$, $c=16$, $\quad d\in(\mathbf{30,\ 70})$

b) $a=9$, $b=3$, $c=27$, $\quad d\in(\mathbf{15,\ 39})$

c) $a=1$, $b=2$, $c=4$, $\quad d\in(\mathbf{1,\ 7})$

d) $a=2$, $b=4$, $c=8$, $\quad d\in(\mathbf{2,\ 14})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(2+2x)=x$, $x=\mathbf{3}$

b) $\log_2(1+x)=x$, $x=\mathbf{1}$

c) $\log_3(1+20x)=x$, $x=\mathbf{4}$

d) $\log_2(27+x)=x$, $x=\mathbf{5}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=20$, $q=60$, $r\in(\mathbf{20,\ 40})$

b) $p=30$, $q=40$, $r\in(\mathbf{30,\ 35})$

c) $p=40$, $q=20$, $r\in(\mathbf{30,\ 40})$

d) $p=10$, $q=90$, $r\in(\mathbf{10,\ 50})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_2 x<\log_x 2$, $(\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

b) $\log_7 x<\log_x 7$, $(\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

c) $\log_5 x<\log_x 5$, $(\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

d) $\log_3 x<\log_x 3$, $(\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$ b) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$ d) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=10$, $k=\mathbf{8}$ b) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

c) $m=20$, $k=\mathbf{12}$ d) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

b) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$

c) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

d) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10, \quad q=\mathbf{21}$ **b)** $p=20, \quad q=\mathbf{44}$

c) $p=30, \quad q=\mathbf{69}$ **d)** $p=50, \quad q=\mathbf{125}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10, \quad q=\mathbf{19}$ **b)** $p=20, \quad q=\mathbf{36}$

c) $p=30, \quad q=\mathbf{51}$ **d)** $p=50, \quad q=\mathbf{75}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x < 3, \quad (\mathbf{0, 27})$ **b)** $\log_2 x < 5, \quad (\mathbf{0, 32})$

c) $\log_5 x > 2, \quad (\mathbf{25, +\infty})$ **d)** $\log_3 x > 4, \quad (\mathbf{81, +\infty})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\quad \boldsymbol{\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)}$

b) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $\quad \boldsymbol{[1, +\infty)}$

c) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $\quad \boldsymbol{(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)}$

d) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\quad \boldsymbol{\left(-\infty, -\sqrt{2}\right] \cup \left[\sqrt{2}, +\infty\right)}$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=40^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{10}^\circ$

b) $\alpha=30^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{30}^\circ$

c) $\alpha=20^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{50}^\circ$

d) $\alpha=10^\circ$, $\quad \beta=\mathbf{70}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=2$, $\quad b=4$, $\quad c=8$, $\quad d\in\boldsymbol{(2, 14)}$

b) $a=9$, $\quad b=3$, $\quad c=27$, $\quad d\in\boldsymbol{(15, 39)}$

c) $a=1$, $\quad b=2$, $\quad c=4$, $\quad d\in\boldsymbol{(1, 7)}$

d) $a=4$, $\quad b=50$, $\quad c=16$, $\quad d\in\boldsymbol{(30, 70)}$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(27+x)=x$, $x=\mathbf{5}$

b) $\log_3(1+20x)=x$, $x=\mathbf{4}$

c) $\log_2(1+x)=x$, $x=\mathbf{1}$

d) $\log_2(2+2x)=x$, $x=\mathbf{3}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=40$, $q=20$, $r\in(\mathbf{30, 40})$

b) $p=10$, $q=90$, $r\in(\mathbf{10, 50})$

c) $p=20$, $q=60$, $r\in(\mathbf{20, 40})$

d) $p=30$, $q=40$, $r\in(\mathbf{30, 35})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_2 x<\log_x 2$, $(\mathbf{0, 1/2})\cup(\mathbf{1, 2})$

b) $\log_5 x<\log_x 5$, $(\mathbf{0, 1/5})\cup(\mathbf{1, 5})$

c) $\log_3 x<\log_x 3$, $(\mathbf{0, 1/3})\cup(\mathbf{1, 3})$

d) $\log_7 x<\log_x 7$, $(\mathbf{0, 1/7})\cup(\mathbf{1, 7})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$ **b)** $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=6$, $n=\mathbf{8}$ **d)** $k=10$, $n=\mathbf{25}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=\mathbf{24}$ **b)** $m=20$, $k=\mathbf{12}$

c) $m=10$, $k=\mathbf{8}$ **d)** $m=50$, $k=\mathbf{24}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6,\ 12,\ 18,\ 36\}}$

b) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4,\ 8,\ 16\}}$

c) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2,\ 4\}}$

d) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10,\ 20,\ 50,\ 100\}}$

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o p% większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o q% większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50$, $q=\mathbf{125}$ **b)** $p=30$, $q=\mathbf{69}$

c) $p=20$, $q=\mathbf{44}$ **d)** $p=10$, $q=\mathbf{21}$

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o p% mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o q% mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=20$, $q=\mathbf{36}$ **b)** $p=30$, $q=\mathbf{51}$

c) $p=50$, $q=\mathbf{75}$ **d)** $p=10$, $q=\mathbf{19}$

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_5 x>2$, $(\mathbf{25},+\infty)$ **b)** $\log_3 x>4$, $(\mathbf{81},+\infty)$

c) $\log_3 x<3$, $(\mathbf{0},\mathbf{27})$ **d)** $\log_2 x<5$, $(\mathbf{0},\mathbf{32})$

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, $\left(\boldsymbol{-\infty, -\sqrt{2}}\right] \cup \left[\boldsymbol{\sqrt{2}, +\infty}\right)$

b) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, $(\boldsymbol{-\infty, -1}] \cup [\boldsymbol{1, +\infty})$

c) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, $[\boldsymbol{1, +\infty})$

d) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, $\left(\boldsymbol{-\infty, -\sqrt{2}}\right] \cup \left[\boldsymbol{\sqrt{2}, +\infty}\right)$

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=10^\circ$, $\beta=\mathbf{70}^\circ$

b) $\alpha=20^\circ$, $\beta=\mathbf{50}^\circ$

c) $\alpha=40^\circ$, $\beta=\mathbf{10}^\circ$

d) $\alpha=30^\circ$, $\beta=\mathbf{30}^\circ$

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=4$, $b=50$, $c=16$, $d\in(\mathbf{30, 70})$

b) $a=2$, $b=4$, $c=8$, $d\in(\mathbf{2, 14})$

c) $a=1$, $b=2$, $c=4$, $d\in(\mathbf{1, 7})$

d) $a=9$, $b=3$, $c=27$, $d\in(\mathbf{15, 39})$

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(27+x)=x$, $x=\mathbf{5}$

b) $\log_2(1+x)=x$, $x=\mathbf{1}$

c) $\log_3(1+20x)=x$, $x=\mathbf{4}$

d) $\log_2(2+2x)=x$, $x=\mathbf{3}$

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=10$, $q=90$, $r\in(\mathbf{10,\ 50})$

b) $p=20$, $q=60$, $r\in(\mathbf{20,\ 40})$

c) $p=40$, $q=20$, $r\in(\mathbf{30,\ 40})$

d) $p=30$, $q=40$, $r\in(\mathbf{30,\ 35})$

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<\log_x 3$, $(\mathbf{0,\ 1/3})\cup(\mathbf{1,\ 3})$

b) $\log_5 x<\log_x 5$, $(\mathbf{0,\ 1/5})\cup(\mathbf{1,\ 5})$

c) $\log_7 x<\log_x 7$, $(\mathbf{0,\ 1/7})\cup(\mathbf{1,\ 7})$

d) $\log_2 x<\log_x 2$, $(\mathbf{0,\ 1/2})\cup(\mathbf{1,\ 2})$

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
• liczba n nie jest podzielna przez k,
• liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
• liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=8$, $n=\mathbf{4}$

b) $k=32$, $n=\mathbf{16}$

c) $k=10$, $n=\mathbf{25}$

d) $k=6$, $n=\mathbf{8}$

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=\mathbf{24}$

b) $m=20$, $k=\mathbf{12}$

c) $m=10$, $k=\mathbf{8}$

d) $m=50$, $k=\mathbf{24}$

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=4$, $n\in\mathbf{\{4, 8, 16\}}$

b) $k=2$, $n\in\mathbf{\{2, 4\}}$

c) $k=10$, $n\in\mathbf{\{10, 20, 50, 100\}}$

d) $k=6$, $n\in\mathbf{\{6, 12, 18, 36\}}$