W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **7–8** punktowane są podwójnie, a zadania **9–12** potrójnie.

1. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ większa od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ większe od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=10$, $q=$ .... **b)** $p=20$, $q=$ ....

c) $p=30$, $q=$ .... **d)** $p=50$, $q=$ ....

2. Jeżeli długość boku kwadratu A jest o $p\%$ mniejsza od długości boku kwadratu B, to pole kwadratu A jest o $q\%$ mniejsze od pola kwadratu B. Dla podanej liczby p podać taką liczbę q, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $p=50$, $q=$ .... **b)** $p=30$, $q=$ ....

c) $p=20$, $q=$ .... **d)** $p=10$, $q=$ ....

3. Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_3 x<3$, ... **b)** $\log_5 x>2$, ...

c) $\log_3 x>4$, ... **d)** $\log_2 x<5$, ...

4. Zapisać zbiór rozwiązań podanego równania w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\sqrt{(x^4-4)^2}=x^4-4$, ...

b) $\sqrt{(x^2-1)^2}=x^2-1$, ...

c) $\sqrt{(x^3-1)^2}=x^3-1$, ...

d) $\sqrt{(x^2-2)^2}=x^2-2$, ...

5. Dla podanej miary kąta α podać najmniejszą dodatnią miarę kąta β, dla której zachodzi równość $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha$.

a) $\alpha=10^\circ$, $\beta=$ .... **b)** $\alpha=30^\circ$, $\beta=$ ....

c) $\alpha=20^\circ$, $\beta=$ .... **d)** $\alpha=40^\circ$, $\beta=$ ....

6. Dla podanych liczb a, b, c zapisać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych d, że istnieje czworokąt wypukły o bokach długości a, b, c, d (w tej właśnie kolejności).

a) $a=4$, $b=50$, $c=16$, $d\in$ ....

b) $a=9$, $b=3$, $c=27$, $d\in$ ....

c) $a=1$, $b=2$, $c=4$, $d\in$ ....

d) $a=2$, $b=4$, $c=8$, $d\in$ ....

7. (punkty x 2) Wskazać liczbę rzeczywistą dodatnią x spełniającą podane równanie.

a) $\log_2(1+x)=x$, $x=$ ....

b) $\log_2(2+2x)=x$, $x=$ ....

c) $\log_3(1+20x)=x$, $x=$ ....

d) $\log_2(27+x)=x$, $x=$ ....

8. (punkty x 2) Zmieszano litr roztworu o stężeniu $p\%$ z mniej niż litrem roztworu o stężeniu $q\%$. Dla podanych p i q podać w postaci przedziału otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych r, że otrzymany w wyniku zmieszania roztwór może mieć stężenie $r\%$.

a) $p=40$, $q=20$, $r\in$ ....

b) $p=30$, $q=40$, $r\in$ ....

c) $p=20$, $q=60$, $r\in$ ....

d) $p=10$, $q=90$, $r\in$ ....

9. (punkty x 3) Zapisać zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów.

a) $\log_7 x<\log_x 7$, ...

b) $\log_3 x<\log_x 3$, ...

c) $\log_2 x<\log_x 2$, ...

d) $\log_5 x<\log_x 5$, ...

10. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią n spełniającą następujące warunki:
- liczba n nie jest podzielna przez k,
- liczba n nie jest k-tą potęgą liczby całkowitej,
- liczba n^n jest k-tą potęgą liczby całkowitej.

a) $k=32$, $n=$ .... **b)** $k=10$, $n=$ ....

c) $k=8$, $n=$ .... **d)** $k=6$, $n=$ ....

11. (punkty x 3) Liczbę całkowitą dodatnią k nazwiemy *klawą*, jeżeli dla każdej liczby całkowitej n względnie pierwszej z k, liczba n^2-1 jest podzielna przez k. Dla podanej liczby m podać największą *klawą* liczbę $k<m$.

a) $m=100$, $k=$ .... **b)** $m=10$, $k=$ ....

c) $m=20$, $k=$ .... **d)** $m=50$, $k=$ ....

12. (punkty x 3) Dla podanej liczby k podać zbiór wszystkich liczb całkowitych dodatnich n o następującej własności: Istnieją takie liczby całkowite a, b, że $\mathrm{NWD}(a,b)=k$ oraz $\mathrm{NWD}(a^2,b)=n$.

a) $k=4$, $n\in$ ....

b) $k=6$, $n\in$ ....

c) $k=10$, $n\in$ ....

d) $k=2$, $n\in$ ....