

## 8. Granica funkcji w punkcie.

**Zadania do omówienia na ćwiczeniach 13,16,20.12.2016 (grupa 1 lux).**

Wyznaczyć asymptoty funkcji  $f$  określonej wzorem

**672.**  $f(x) = \log_4(2^x + 8^x)$     **673.**  $f(x) = \log_2(2^{2x} - 2^{4x+1} + 2^{6x})$

Obliczyć granice funkcji

**674.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{(x+1)^x}$     **675.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{(x+1)^{x+1}}$     **676.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{(x+256)^x}$

**677.**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{2^{1/x}}$     **678.**  $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{2^{1/x}}$     **679.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{2^{1/x}}$     **680.**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{2^{2^{1/x}}}$     **681.**  $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{2^{2^{1/x}}}$

**682.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{2^{2^{1/x}}}$     **683.**  $\lim_{x \rightarrow 16^-} \{\log_4 x\}$     **684.**  $\lim_{x \rightarrow 16^+} \{\log_4 x\}$     **685.**  $\lim_{x \rightarrow 16^-} \{\log_8 x\}$

**Przypomnienie:** Zapis  $\{y\}$  oznacza część ułamkową liczby  $y$ .

**686.** Podać wszystkie sześć par parametrów  $(a, b)$ , dla których funkcja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} 6 & \text{dla } x < a \\ |x^2 - 10x + 15| & \text{dla } a \leq x < b \\ 6 & \text{dla } b \leq x \end{cases}$$

jest ciągła.

**687.** Niech  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją określoną wzorem

$$f(x) = a \cdot \{x\} + b \cdot 3^{\{x\}},$$

gdzie  $\{x\}$  oznacza część ułamkową liczby  $x$ , a w drugim składniku wyrażenie  $\{x\}$  występuje w **wykładniku potęgi** o podstawie 3.

Wyznaczyć wszystkie pary parametrów rzeczywistych  $(a, b)$ , dla których funkcja  $f$  określona powyższym wzorem jest ciągła.

**688.** Podać przykład funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ciągłej w zerze, nieciągłej w pozostałych punktach.

**689.** Podać przykład funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ciągłej w punktach postaci  $1/n$ , gdzie  $n \in \mathbb{N}$ , nieciągłej w pozostałych punktach.

**690.** Niech  $(q_n)$  będzie ciągiem wszystkich liczb wymiernych (wszystkie wyrazy ciągu są wymierne, a każda liczba wymierna występuje w tym ciągu dokładnie raz). Rozważamy funkcję  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określoną wzorem:

$$f(x) = \sum_{\substack{n \in \mathbb{N} \\ q_n < x}} \frac{1}{2^n}.$$

Wyznaczyć punkty ciągłości i nieciągłości funkcji  $f$ , granice jednostronne w punktach nieciągłości oraz granice w  $\pm\infty$ .