

Kolokwium nr 56: **PIĄTEK 5.01.2017**, godz. 8:15-9:00, materiał zad. 1-397, 501-707.

9. Pochodna funkcji.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 3.01.2017 (grupa 1 lux).

Obliczyć pochodną funkcji zmiennej x o podanym wzorze. Podać, w jakim zbiorze istnieje pochodna.

Wskazówka: $A^B = e^{B \ln A}$.

691. $e^x \ln x$ 692. $\frac{\ln x}{e^x}$ 693. $x^{10} \ln x$ 694. $\ln \ln x$ 695. $\ln \frac{1}{1+x}$

696. $\log_{10}(x-1)$ 697. $\log_2 |\log_3(\log_5 x)|$ 698. $e^{\sqrt{\ln x}}$ 699. x^{x^2}

700. x^{x^x} 701. $x^{\sqrt{x}}$ 702. $(\ln x)^x$ 703. $e^{-x^2} \ln x$

704. Podać (z wyprowadzeniem i uzasadnieniem poprawności) przykład takiego wielomianu $W(x)$ stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, że funkcja $f(x) = W(\{x\})$ jest różniczkowalna.

Uwaga: $\{x\}$ oznacza część ułamkową liczby x .

705. Chcemy zaokrąglić modułowi *dzióbek*. Niech n będzie liczbą naturalną. Dobrać takie a, b, c zależne od n , aby funkcja f_n określona wzorem

$$f_n(x) = \begin{cases} |x| & \text{dla } |x| \geq 1/n \\ ax^2 + bx + c & \text{dla } |x| < 1/n \end{cases}$$

była różniczkowalna. Obliczyć f'_n . Naszkicować wykres funkcji f_n oraz wykres jej pochodnej.

706. Na potrzeby tego zadania funkcję f nazwiemy **pikoróżniczkowalną** w punkcie x_0 , jeżeli istnieje granica

$$f^\spadesuit(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h^2},$$

którą to granicę nazywać będziemy **pikopochodną** funkcji f w punkcie x_0 .

Obliczyć pikopochodną funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

we wszystkich punktach jej pikoróżniczkowalności.

707. Wyprowadzić wzór na pochodną funkcji

$$f(x) = \frac{7 + \sin^4 x - \sin^2 x}{7 + \cos^4 x - \cos^2 x}.$$

Doprowadzić wzór na pochodną do możliwie najprostszej postaci.