Kolokwium nr 58: **piątek 20.01.2017**, godz. 8:15, materiał zad. 1–486, 501–722.

10. Pochodna funkcji (c.d.)

Zadania do omówienia na ćwiczeniach 17.01.2017 (grupa 1 *lux*).

716. Wyznaczyć największą liczbę całkowitą dodatnią n, dla której istnieje taka liczba rzeczywista A, że funkcja

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{-x}-1+\ln(x+1)}{x^n} & \text{dla} \quad x\neq 0 \\ A & \text{dla} \quad x=0 \end{cases}$$

jest różniczkowalna w zerze i obliczyć $f'(0)$ dla tych wartości n i A.

717. Niech $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją określoną wzorem

$$f(x)=-5x+\ln\left(e^{2x}+e^{8x}\right).$$

Udowodnić, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$|f'(x)|<3.$$

718. Funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ jest różniczkowalna. Wiadomo, że

$$f(0)=0, \qquad f(3)=9, \qquad f(5)=11.$$

Dowieść, że istnieje taka liczba rzeczywista x, że $f'(x)=2$.

719. Funkcja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ma ciągłą pochodną rzędu pierwszego na całej prostej. Wiadomo, że $f(0)=0$, $f(7)=12$, a ponadto dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi nierówność

$$1<f'(x)<2.$$

Dowieść, że wówczas zachodzi nierówność

$$|f(4)-.........|<1.$$

W miejsce kropek należy wpisać **konkretną** liczbę rzeczywistą (niezależną od f !!!).

720. Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}}{e^n}.$$

721. Obliczyć granicę (ciągu)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^3}}{e^{n^2+pn}}$$

dla tak dobranej wartości rzeczywistej parametru p, aby granica ta była dodatnia i skończona.

722. Funkcja ciągła $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ dana jest wzorem $f(x)=x^x$ dla $x>0$. Obliczyć pochodną prawostronną $f'(0^+)$ albo wykazać, że nie istnieje.