

8	9	Σ

Nazwisko

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

0

Imię

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Indeks

--	--	--	--	--	--	--	--

ANALIZA 2, KOŁOKWIUM nr 5, 4.04.2017, godz. 12:15–13:00

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 8. (10 punktów)

Obliczyć długość krzywej

$$\left\{ \left(x, \frac{2}{3} \cdot x^{3/2} \right) : x \in [0, 15] \right\}.$$

Zadanie 9. (10 punktów)

Wiadomo, że jeżeli funkcje ciągłe $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ spełniają nierówność $f(x) \leq g(x)$ dla każdego $x \in [a, b]$, to środek ciężkości figury

$$\{(x, y) : x \in [a, b] \wedge f(x) \leq y \leq g(x)\}$$

leży w punkcie $\left(\frac{X}{P}, \frac{Y}{P} \right)$, gdzie

$$X = \int_a^b x \cdot (g(x) - f(x)) dx, \quad Y = \frac{1}{2} \cdot \int_a^b (g(x))^2 - (f(x))^2 dx, \quad P = \int_a^b g(x) - f(x) dx.$$

Wyznaczyć środek ciężkości obszaru ograniczonego parabolą o równaniu $y = x^2$ i prostą o równaniu $y = x$.