

KOŁOKWIUM nr 82, 14.03.2017, godz. 12:15–13:00**Zadanie 82. (20 punktów)**

Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{2x+3}{\sqrt{-x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)}} dx.$$

Rozwiązanie:

Przepisujemy daną całkę w postaci

$$\begin{aligned} \int \frac{2x+3}{\sqrt{-x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)}} dx &= \int \frac{2x+3}{\sqrt{-(x \cdot (x+3)) \cdot ((x+1) \cdot (x+2))}} dx = \\ &= \int \frac{2x+3}{\sqrt{-(x^2+3x) \cdot (x^2+3x+2)}} dx, \end{aligned}$$

a następnie podstawiamy $t = x^2 + 3x + 1$ i formalnie $dt = (2x+3) dx$. Otrzymujemy

$$\begin{aligned} \int \frac{2x+3}{\sqrt{-(x^2+3x) \cdot (x^2+3x+2)}} dx &= \int \frac{2x+3}{\sqrt{-(x^2+3x+1-1) \cdot (x^2+3x+1+1)}} dx = \\ &= \int \frac{dt}{\sqrt{-(t-1) \cdot (t+1)}} = \int \frac{dt}{\sqrt{-(t^2-1)}} = \int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \arcsin t + C = \\ &= \arcsin(x^2+3x+1) + C. \end{aligned}$$

Punktacja:**20 punktów** - rozwiązanie poprawne (1 praca).**12 punktów** - sprowadzenie do całki, w której pod pierwiastkiem występuje wielomian kwadratowy oraz wskazanie podstawienia, które prowadzi do obliczenia tej całki (1 praca).**8 punktów** - sprowadzenie do całki, w której pod pierwiastkiem występuje wielomian kwadratowy (2 prace).**1-2 punkty** - przekształcenia, na podstawie których można odgadnąć kluczowe podstawienie; brak wskazania tego podstawienia (2 prace).**0 punktów** - brak istotnych kroków w kierunku rozwiązania (1 praca).Liczba osób piszących kolokwium: **7**.Suma uzyskanych punktów: **51**.Mnożnik kolokwium: **20** (zaokrąglone 1000/51).