

Kolokwium nr 3: wtorek 21.03.2017, godz. 12:15-13:00, materiał zad. 1–167.

Całka oznaczona - podstawy.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w środę 15.03.2017 (grupy 2–4).

Podać wzór na $C_n = \sum_{k=1}^n \frac{b-a}{n} f\left(a + \frac{k(b-a)}{n}\right)$ oraz obliczyć $\lim_{n \rightarrow \infty} C_n$

142. $f(x) = 1$, $a = 5$, $b = 8$

143. $f(x) = x$, $a = 0$, $b = 1$

144. $f(x) = x$, $a = 1$, $b = 5$

145. $f(x) = x^2$, $a = 0$, $b = 5$

146. $f(x) = x^3$, $a = 0$, $b = 2$

147. $f(x) = 2x + 5$, $a = -3$, $b = 4$

148. $f(x) = x^2 + 1$, $a = -1$, $b = 2$

149. $f(x) = x^3 + x$, $a = 0$, $b = 4$

150. $f(x) = e^x$, $a = 0$, $b = 1$

Obliczyć następujące całki poprzez konstrukcję ciągu podziałów przedziału całkowania oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna:

151. $\int_0^{20} x \, dx$

152. $\int_1^{10} e^{2x} \, dx$

153. $\int_{-1}^1 |x| \, dx$

Udowodnić następujące nierówności:

154. $\frac{1}{5} < \int_1^2 \frac{1}{x^2+1} \, dx < \frac{1}{2}$

155. $\frac{1}{11} < \int_9^{10} \frac{dx}{x + \sin x} < \frac{1}{8}$

156. $\int_{-1}^2 \frac{|x|}{1+x^2} \, dx < \frac{3}{2}$

157. $\int_0^1 x \cdot (1 - x^{99+x}) \, dx < \frac{1}{2}$

158. $5 < \int_1^3 x^x \, dx < 31$

159. $\int_1^2 \frac{dx}{x} < \frac{3}{4}$

160. Niech $C(a, b) = \left[\int_a^b \log_x 2 \, dx \right]$, gdzie $[y]$ oznacza część całkowitą liczby y . Podać wartości następujących wyrażeń:

a) $C(80, 122)$

b) $C(200, 240)$

c) $C(400, 440)$

d) $C(800, 880)$

161. Dla podanej liczby a podać taką liczbę rzeczywistą dodatnią b , aby zachodziła równość $\int_a^b \frac{x \, dx}{x^2+1} = \frac{\ln 5}{2}$.

a) $a = 0$

b) $a = 1$

c) $a = 2$

d) $a = 3$

Obliczyć całki oznaczone:

162. $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{(11+5x)^3} \, dx$

163. $\int_{-13}^2 \frac{1}{\sqrt[5]{(3-x)^4}} \, dx$

164. $\int_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^2} \, dx$

165. $\int_0^{e-1} \ln(x+1) \, dx$

166. $\int_0^{\pi} x^3 \cdot \sin x \, dx$

167. $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \, dx$