

Kolokwium nr 4: wtorek 28.03.2017, godz. 12:15-13:00, materiał zad. 1–200.

Kolokwium nr 5: wtorek 4.04.2017, godz. 12:15-13:00, materiał zad. 1–227.

Całka oznaczona (c.d.)

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w środy 22,29.03.2017 (grupy 2–4).

Nie wszystkie zadania będą szczegółowo rozwiązane.

Należy umieć wskazać zadania, które sprawiły najwięcej problemów.

Obliczyć całki oznaczone:

- | | | |
|---|---|--|
| 168. $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1 + \ln x}}$ | 169. $\int_1^2 \frac{dx}{x + x^3}$ | 170. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$ |
| 171. $\int_0^3 \operatorname{sgn}(x^3 - x) dx$ | 172. $\int_0^1 x \cdot e^{-x} dx$ | 173. $\int_0^{\pi/2} x \cdot \cos x dx$ |
| 174. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x^{2017} dx$ | 175. $\int_0^2 \arctg[x] dx$ | 176. $\int_0^2 [\cos x^2] dx$ |
| 177. $\int_0^1 \sqrt{1+x} dx$ | 178. $\int_0^5 x^2 - 5x + 6 dx$ | 179. $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} dx$ |
| 180. $\int_1^2 x \cdot \log_2 x dx$ | 181. $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx$ | 182. $\int_0^{6\pi} \sin x dx$ |
| 183. $\int_0^{\pi/2} \cos x \cdot \sin^{11} x dx$ | 184. $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$ | 185. $\int_{-\pi}^{\pi} x^{2017} \cdot \cos x dx$ |
| 186. $\int_0^{2\pi} (x - \pi)^{2017} \cdot \cos x dx$ | | |

Obliczyć granice

187. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+3} + \dots + \frac{1}{3n}$
188. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^{20} + 2^{20} + 3^{20} + \dots + n^{20}}{n^{21}}$
189. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+2)^2} + \frac{1}{(n+3)^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} \right) \cdot n$
190. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n+2}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{2n+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{3n}}$
191. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n} + \sqrt{4n+1} + \sqrt{4n+2} + \dots + \sqrt{5n} \right) \cdot \frac{1}{n\sqrt{n}}$
192. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{8n}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}$
193. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2} + \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \frac{n}{n^2+9} + \frac{n}{n^2+16} + \dots + \frac{n}{n^2+n^2}$
194. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{7n^2} + \frac{1}{7n^2+1} + \frac{1}{7n^2+2} + \frac{1}{7n^2+3} + \dots + \frac{1}{8n^2}$
195. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n+3}} + \frac{1}{\sqrt{n+6}} + \frac{1}{\sqrt{n+9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{7n}} \right) \frac{1}{\sqrt{n}}$

$$196. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+0}{(3n)^3} + \frac{n^2+1}{(3n+1)^3} + \frac{n^2+2}{(3n+2)^3} + \frac{n^2+3}{(3n+3)^3} + \dots + \frac{n^2+n}{(4n)^3}$$

Wskazówka: Skorzystać z twierdzenia o trzech ciągach.

$$197. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{5n} + \frac{4}{5n+3} + \frac{4}{5n+6} + \frac{4}{5n+9} + \dots + \frac{4}{26n}$$

$$198. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{7n} + \frac{1}{7n+2} + \frac{1}{7n+4} + \frac{1}{7n+6} + \dots + \frac{1}{9n}$$

$$199. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n^2} + \frac{n}{2(n+1)^2} + \frac{n}{2(n+2)^2} + \frac{n}{2(n+3)^2} + \dots + \frac{n}{50n^2}$$

$$200. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n^2} + \frac{n}{n^2+(n+1)^2} + \frac{n}{n^2+(n+2)^2} + \frac{n}{n^2+(n+3)^2} + \dots + \frac{n}{50n^2}$$

Obliczyć pole figury ograniczonej podanymi krzywymi (określonymi opisem lub równaniem):

$$201. y = x^2 \text{ i } y = 2x + 5$$

$$202. y = e^x \text{ i prostą przechodzącą przez punkty } (0,1) \text{ i } (1,e)$$

$$203. y = \sin x \text{ i } y = \frac{2x}{\pi}$$

$$204. y = x^4 \text{ i } y = x^3$$

$$205. y = \frac{1}{x} \text{ i } y = \frac{5}{2} - x$$

$$206. y = \frac{1}{x^2}, y = \frac{1}{x^3} \text{ i } x = 2$$

Dla danych $f(x)$, a i b obliczyć długość łuku krzywej o równaniu $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$

$$207. x, 1, 2$$

$$208. 2x - 3, -7, 12$$

$$209. x^2, 0, 1 \quad \textbf{Wskazówka:} \text{ Skorzystać z tablic całek.}$$

$$210. e^x, 1, 2$$

$$211. \sqrt{x^3}, 6, 10$$

$$212. \frac{e^x + e^{-x}}{2}, 0, 1$$

Dla danych $f(x)$, a i b obliczyć pole powierzchni powstałej przez obrót krzywej o równaniu $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ wokół osi OX

$$213. x^3, 0, 5$$

$$214. e^{-x}, 0, 10$$

$$215. \sqrt{x}, 0, 4$$

$$216. \sin x, 0, \pi$$

$$217. \cos 7x, 0, 2\pi$$

Dla danych $f(x)$, a i b obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru zdefiniowanego nierównościami $0 \leq y \leq f(x)$, $a \leq x \leq b$

$$218. \sqrt{x}, 0, 1$$

$$219. x, 1, 5$$

$$220. x^7, 0, 10$$

$$221. e^x, -3, 0$$

$$222. \sin x, 0, \frac{3\pi}{2}$$

Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OY obszaru ograniczonego krzywymi o podanych równaniach:

$$223. y = e^x, y = 0, x = 0 \text{ i } x = 5$$

$$224. y = \sin x \text{ i } y = -\sin x, 0 \leq x \leq \pi$$

$$225. y = \frac{1}{x}, y = 0, x = 1 \text{ i } x = 2$$

$$226. y = \ln x, y = 0, x = 1 \text{ i } x = e$$

$$227. y^2 = 1 - (x - 2)^2$$