

Kolokwium nr 53: poniedziałek 20.03.2017, godz. 8:15-9:00, materiał zad. 1–167, 501–545.

Całka oznaczona - podstawy.

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w poniedziałek 13.03.2017 (grupa 1 LUX).

Obliczyć następujące całki poprzez konstrukcję ciągu podziałów przedziału całkowania oraz obliczenie granicy ciągu sum Riemanna:

$$536. \int_2^4 x^{10} dx \text{ (Wsk. } 2 \cdot 2^{k/n}) \quad 537. \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx \text{ (Wsk. } e^{k/n}) \quad 538. \int_0^1 \sqrt[3]{x} dx \text{ (Wsk. } \frac{k^3}{n^3})$$

$$539. \int_1^2 \frac{dx}{x} \text{ (Wsk. } 2^{k/n}) \quad 540. \int_0^4 \sqrt{x} dx \text{ (Wsk. } \frac{4k^2}{n^2})$$

Udowodnić następujące nierówności:

$$541. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x} dx < 2 \quad 542. 2\sqrt{2} < \int_2^4 x^{1/x} dx$$

$$543. \frac{19}{3} < \int_2^3 x^x dx < \frac{65}{4}. \quad \text{Wsk. Oszacować } x^x \text{ przez } x^a.$$

544. Przedstawić na rysunku następujące wzory zachodzące dla funkcji ciągłej f na przedziale $[a, b]$:

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n \inf_{x \in [a+(k-1)\frac{b-a}{n}, a+k\frac{b-a}{n}]} f(x) \quad (A)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n \sup_{x \in [a+(k-1)\frac{b-a}{n}, a+k\frac{b-a}{n}]} f(x) \quad (B)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \quad (C)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \quad (D)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{k=1}^n f\left(a + (k-1/2) \frac{b-a}{n}\right) \quad (E)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \right) \quad (F)$$

545. Zastosować każdy ze wzorów z poprzedniego zadania do obliczenia całki $\int_{-1}^1 x^2$.

Porównać błędy przybliżenia tej całki przez tysięczne wyrazy ciągów ($n=1000$) występujących w powyższych wzorach.