

Kolokwium nr 54: poniedziałek 27.03.2017, godz. 8:15-9:15, materiał zad. 1–200, 501–550.

Całka oznaczona (c.d.)

Zadania do omówienia na ćwiczeniach w poniedziałki 20,27.03.2017 (grupa 1 LUX).

Obliczyć granice

$$546. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{n} + \sin \frac{2}{n} + \sin \frac{3}{n} + \dots + \sin \frac{n}{n} \right) \cdot \frac{1}{n}$$

$$547. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(e^{\sqrt{\frac{1}{n}}} + e^{\sqrt{\frac{2}{n}}} + e^{\sqrt{\frac{3}{n}}} + \dots + e^{\sqrt{\frac{n}{n}}} \right) \text{ (pierwiastki są w wykładnikach)}$$

$$548. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[6]{n} \cdot \left(\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{n+1} + \sqrt[3]{n+2} + \dots + \sqrt[3]{2n} \right)}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} + \dots + \sqrt{2n}}$$

$$549. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2n}\sqrt{3n}} + \frac{1}{\sqrt{2n+1}\sqrt{3n+1}} + \frac{1}{\sqrt{2n+2}\sqrt{3n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{3n}\sqrt{4n}}$$

Wsk. Niewymierność $\sqrt{(x+a)(x+b)}$ całkujemy wykonując podstawienie $t = \sqrt{\frac{x+a}{x+b}}$.

$$550. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \sin(n^2 + 0^2)}{n^2 + 0^2} + \frac{n + \sin(n^2 + 1^2)}{n^2 + 1^2} + \frac{n + \sin(n^2 + 2^2)}{n^2 + 2^2} + \dots + \frac{n + \sin(n^2 + n^2)}{n^2 + n^2}$$

Wskazówka: Skorzystać z twierdzenia o trzech ciągach.

551. Obliczyć długość łuku krzywej o równaniu $y = \sqrt{x+4}^3$, $0 \leq x \leq 5$.

552. Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru zdefiniowanego nierównościami $0 \leq y \leq xe^x$, $0 \leq x \leq 1$.

553. Obliczyć długość łuku krzywej o równaniu $y = \ln x$, $1 \leq x \leq \sqrt{3}$.

554. Obliczyć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru zdefiniowanego nierównościami $\arctg x \leq y \leq \sqrt{\arctg^2 x + 1 + \sin x}$, $0 \leq x \leq \pi$

555. Pomarańczę o cienkiej skórce pokrojono na plastry równej grubości. Dowieść, że każdy plaster zawiera tyle samo skórki.

556. Od pomarańczy o grubej skórce odkrojono końce tak, aby ukazał się miąższ. Pozostałą część pokrojono na plastry równej grubości. Dowieść, że każdy plaster zawiera tyle samo skórki.

557. Pasem przestrzennym o szerokości d nazywamy obszar przestrzeni zawarty pomiędzy dwiema płaszczyznami równoległymi odległymi o d , wraz z tymi płaszczyznami.

Czy sferę można pokryć pasami przestrzennymi o sumie szerokości mniejszej od średnicy sfery?

Pasów ma być skończenie wiele.

558. Pasem o szerokości d nazywamy obszar płaszczyzny zawarty pomiędzy dwiema prostymi równoległymi odległymi o d , wraz z tymi prostymi.

Czy koło można pokryć pasami o sumie szerokości mniejszej od średnicy koła?

Pasów ma być skończenie wiele.

559. Gdzie leży środek ciężkości półsfery?

560. Gdzie leży środek ciężkości półkuli?